Детектор Плагиата v. 2762 - Отчёт оригинальности: 06.12.2024 12:10:59

Проанализированный документ: Рябець Наталія Анатоліївна_24.docx Лицензия: ВОЛОДИМИР МАТІЄВСЬКИЙ

Тип поиска: Дословный поиск Язык: Uk

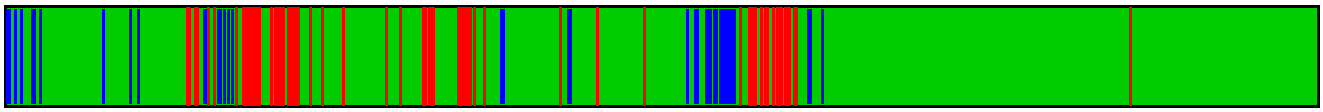
Тип проверки: Интернет

ТЕЕ и кодировка: DocX n/a

Детальный анализ тела документа:

Диаграмма соотношения частей:

Граф распределения зон:



Источники плагиата: 52

7%	ABC	1000	1.	https://sinp.com.ua/work/251791/Osnovni-metodi-geometrichnix-peretvoren
7%	ABC	1000	2.	https://knowledge.allbest.ru/pedagogics/3c0a65625b2ad79a4c53b89421316d27_0.html
3%	ABC	419	3.	https://ped.bobrodobro.ru/28122

Детали обработанных ресурсов: 254 - OK / 7 - Ошибок

Важные замечания:

Википедия:	Google Книги:	Сервисы платных работ:	Античит:
[не обнаружено]	[не обнаружено]	[не обнаружено]	[не обнаружено]

Античит-отчет UACE:

1. Статус: Анализатор **Включен** Нормализатор **Включен** сходство символов установлено на **100%**
2. Обнаруженный процент загрязнения UniCode: **3,2%** с лимитом: 4%
3. Документ не нормализован: процент не достигнут 5%
4. Все подозрительные символы будут отмечены фиолетовым цветом: Abcd...
5. Найдены невидимые символы: 0

Рекомендации по оценке:

Никаких особых действий не требуется. Документ в порядке.

Алфавитная статистика и анализ символов:

Активные ссылки (URL-адреса, извлеченные из документа):

URL не найдены

Исключённые ресурсы:

URL не найдены

Включённые ресурсы:

URL не найдены

Детальный анализ документа:

Міністерство освіти і науки України Державний заклад

Цитирования: **0,04%** id: **1**

«Луганський національний університет імені Тараса Шевченка»

Навчально-науковий інститут математики та інформаційних технологій Кафедра математики та інформатики Рябець Наталія Анатоліївна МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ

Цитирования: **0,05%** id: **2**

«ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ У КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ УЧНІВ 7-9 КЛАСІВ»

кваліфікаційна робота здобувача вищої освіти другого (магістерського) рівня освітньої програми

Цитирования: **0,01%** id: **3**

«Математика»

за спеціальністю 014.04. Середня освіта (Математика) Особистий підпис _____ Наталія РЯБЕЦЬ Науковий керівник _____ Валерій ХМЕЛЬ, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики та інформатики В.о. завідувача кафедри _____ Юрій КОЗУБ, доктор технічних наук, професор кафедри математики та інформатики Полтава – 2025 АНОТАЦІЯ Рябець Н. А. Тема: Методика вивчення

Цитирования: **0,05%** id: **4**

«Геометричних перетворень у курсі геометрії учнів 7-9 класів».

Спеціальність: 014.04

Цитирования: **0,02%** id: **5**

«Середня освіта (Математика)».

Установа: ЛНУ імені Тараса Шевченка, 2025р. Магістерська робота містить: 91 с., 67 рис., 32 джерела. Об’єктом дослідження є форми та методичні прийоми вивчення переміщень в шкільному курсі геометрії. Предметом дослідження є види переміщень та їх застосування до розв’язування задач. Мета роботи полягає в розробці методики вивчення теми

Цитирования: **0,05%** id: **6**

«Геометричні перетворення в курсі геометрії для учнів 7-9 класів»,

що включає дослідження особливостей методу геометричних перетворень та його застосування для розв’язування планіметричних задач. Результати роботи – у роботі вивчені особливості методу геометричних перетворень та розроблена методика розв'язання планіметричних задач за допомогою цього підходу. Розглянуті загальні аспекти методики вирішення планіметричних задач, введено поняття геометричних перетворень площини, визначено їх місце та значення у шкільному курсі планіметрії, а також проаналізовані основні характеристики та принципи цього методу. Окремо досліджено сутність методів центральної та осьової симетрії, повороту, паралельного перенесення та гомотетії, а також їх застосування для розв'язання планіметричних задач, що стосуються обчислень, доведень і побудов. Ключові слова: ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПЛОЩИНИ, СИМЕТРІЯ ВІДНОСНО ТОЧКИ, ОСЬОВА СИМЕТРІЯ, ПОВОРОТНА СИМЕТРІЯ, ПАРАЛЕЛЬНЕ ПЕРЕНЕСЕННЯ, ПОДІБНІСТЬ, ГОМОТЕТІЯ. ANNOTATION Riabets Nataliia Theme Use of Methodology for studying

Цитирования: **0,07%** id: **7**

"Geometric transformations in the geometry course for students in grades 7-9".

Speciality: 014.04

Цитирования: **0,02%** id: **8**

"Secondary Education (Mathematics)".

Institution: Luhansk Taras Shevchenko National University (LTSNU), 2025 year. Master's work of: 91 p., 67 im, 32 sources. Object of research – Forms and methodological techniques for studying displacements in the school geometry course. Purpose of work – types of displacements and their application to solving problems. Subject of research - consists in developing a methodology for studying the topic

Цитирования: **0,07%** id: **9**

"Geometric transformations in the geometry course for students in grades 7-9",

which includes studying the features of the method of geometric transformations and its application for solving planimetric problems. Results of work. The paper studies the features of the method of geometric transformations and develops a methodology for solving planimetric problems using this approach. The general aspects of the methodology for solving planimetric problems are considered, the concept of geometric transformations of the plane is introduced, their place and significance in the school course of planimetry are determined, and the main characteristics and principles of this method are analyzed. The essence of the methods of central and axial symmetry, rotation, parallel translation and homothety, as well as their application for solving planimetric problems related to calculations, proofs and constructions are separately investigated. Keywords: GEOMETRIC TRANSFORMATIONS OF THE PLANE, SYMMETRY WITH RESPECT TO A POINT, AXIAL SYMMETRY, ROTATIONAL SYMMETRY, PARALLEL TRANSLATION, SIMILARITY, HOMOTHETY. ЗМІСТ ВСТУП6 РОЗДІЛ 1. НАУКОВО-ТЕОРЕТИЧНІ ТА МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДУ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ9 1.1. Історичний огляд проблеми дослідження9 1.2 . Поняття про геометричні перетворення площини, їх місце і роль в шкільному курсі планіметрії11 1.2.1. Симетрії відносно точки17 1.2.2. Осьова симетрія20 1.2.3. Поворотна симетрія23 1.2.4. Паралельне перенесення28 1.2.5. Подібність і гомотетія31 1.3. Характеристика та суть методу геометричних перетворень34 1.4. Місце геометричних перетворень в програмі, в шкільних підручниках (для різних рівнів вивчення математики)42 Висновки до розділу49 РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РОЗВИТКУ ВМІНЬ ШКОЛЯРІВ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДУ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ПРИ РОЗВ’ЯЗУВАННІ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ51 2.1. Застосування геометричних перетворень до розв’язування задач на обчислення51 2.1.1. Метод осьової та центральної симетрії в задачах на обчислення51 2.1.2. Метод повороту в задачах на обчислення56 ,56 2.1.3. Метод паралельного перенесення в задачах на обчислення57 2.1.4. Метод подібності та гомотетії в задачах на обчислення60 2.2. Застосування методу геометричних перетворень до розв’язування задач на доведення64 2.2.1. Метод осьової та центральної симетрії в задачах на доведення64 2.2.2. Метод повороту в задачах на доведення68 2.2.3. Метод паралельного перенесення в задачах на доведення70 2.2.4. Метод подібності та гомотетії в задачах на доведення71 2.3. Геометричні перетворення в задачах на побудову73 2.3.1. Застосування методу осьової та центральної симетрії73 2.3.2. Застосування методу повороту76 2.3.2. Застосування методу паралельного перенесення79 2.3.4. Застосування методу подібності та гомотетії83 ВИСНОВКИ87 СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ89 ВСТУП Актуальність теми. Ідея геометричних перетворень є однією з ключових у сучасній математиці та має широке застосування в різних сферах, таких як архітектура, геодезія та інші практичні галузі. Вона тісно пов’язана з поняттями функцій та відображень, які активно використовуються в реальному житті. Завдяки геометричним перетворенням, вдало доводяться складні теореми в різних розділах геометрії. Цей метод також активно використовують кінематографісти для створення вражаючих візуальних ефектів у фільмах, а художники – для створення правильних композицій на картинах. Геометричні перетворення допомагають хімікам вивчати структуру кристалів та інші наукові явища. Геометричні перетворення є важливою частиною шкільного курсу геометрії, адже цей метод дозволяє ефективно розв’язувати геометричні задачі, спрощуючи доведення тверджень та розв’язок задач на побудову і обчислення. В рамках шкільної програми вивчаються такі види перетворень, як симетрія відносно точки та прямої, поворот, паралельне перенесення і гомотетія. Проте, як учні, так і вчителі часто стикаються з труднощами під час вивчення цієї теми. Це пов'язано з декількома факторами: труднощами в унаочненні перетворень на папері чи дошці, а також обмеженим часом, відведеним для цієї теми, порівняно з її значенням для подальшого навчання та розв'язування олімпіадних задач. Крім того, багато вчителів мають побоювання щодо цієї теми через можливе несприйняття учнями, а самі учні часто не люблять геометричні перетворення через відсутність чітких алгоритмів для вирішення типових задач та невизначеність у практичному застосуванні цього методу. Аналіз науково-методичних досліджень показує, що в курсі геометрії загальноосвітніх навчальних закладів недостатньо уваги приділяється методам застосування геометричних перетворень для розв'язування планіметричних задач. У зв'язку з цим постає потреба в глибшому вивченні теоретичних основ і практичних аспектів застосування методу геометричних перетворень, а також у розробці методичних підходів до розв'язання планіметричних задач. Одним із напрямків таких досліджень є підбір та представлення різноманітних задач (на обчислення, доведення, побудову) з урахуванням властивостей

геометричних перетворень. Зацікавленість у методі геометричних перетворень і його застосуванні для розв'язання планіметричних задач свідчить про актуальність цієї проблеми, яка має важливе значення для сучасної освіти та науки. Об'єктом дослідження є форми та методичні прийоми вивчення переміщень у шкільному курсі геометрії. Предметом дослідження є види переміщень та їх застосування до розв’язування задач. Мета роботи полягає в розробці методики вивчення теми

Цитирования: **0,05%** id: **10**

«Геометричні перетворення в курсі геометрії для учнів 7-9 класів»,

що включає дослідження особливостей методу геометричних перетворень та його застосування для розв’язування планіметричних задач. Мета дослідження реалізується виконанням таких завдань: розглянути загальні питання методики розв’язування планіметричних задач; вести поняття про геометричні перетворення площини; з’ясувати місце та роль геометричних перетворень в шкільному курсі планіметрії; встановити та проаналізувати загальні риси та основні положення методу геометричних перетворень; з’ясувати суть методів симетрії, повороту, паралельного перенесення, гомотетії; підібрати та представити задачі на обчислення з використанням методів геометричних перетворень; підібрати та представити задачі на доведення, які передбачають застосування методу геометричних перетворень; підібрати та представити задачі на побудову, які передбачають застосування методу геометричних перетворень; узагальнити й систематизувати результати дослідження. Методика дослідження. Методика дослідження базується на застосуванні дедуктивного методу наукового пізнання, що передбачає рух від загальних теоретичних положень до конкретних аспектів педагогічної практики: спочатку аналізуються загальні науково-педагогічні принципи теорії методу геометричних перетворень, а потім розглядаються особливості його методики та практичної реалізації. У роботі використовуються описовий метод, метод критичного аналізу науково-методичних джерел, а також методи структурно-типологічного аналізу, узагальнення та систематизації практичного досвіду. Наукова новизна дослідження полягає в узагальненні та систематизації науково-методичних знань щодо особливостей застосування методу геометричних перетворень для розв’язування планіметричних задач. Практичне значення отриманих результатів полягає у їхньому застосуванні в педагогічній практиці: для вчителів математики загальноосвітніх навчальних закладів, методистів, викладачів, учнів та всіх, хто зацікавлений у застосуванні методу геометричних перетворень для розв’язування задач з планіметрії. РОЗДІЛ 1. НАУКОВО-ТЕОРЕТИЧНІ ТА МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДУ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ 1.1. Історичний огляд проблеми дослідження Відомо, що загальна схема побудови курсу елементарної геометрії взята у давньогрецьких вчених; видатну роль тут зіграли

Цитирования: **0,01%** id: **11**

“Начала”

Евкліда (II ст. до н.е.) [14]. Для свого часу

Цитирования: **0,01%** id: **12**

“Начала”

були безсумнівно видатним витвором; високі наукові та методичні переваги зробили цю книгу основним підручником, за яким буквально на протязі тисячоліть вивчали геометрію багато поколінь учнів. У своїй побудові курсу геометрії Евклід безпосередньо виходив із загальних принципів дедуктивної побудови науки, викладених Аристотелем, – і на протязі багатьох століть геометрія вважалася тією наукою, в якій принципи логіки Аристотеля знаходять найбільш повне втілення. Проте наприкінці XIX ст. у зв‘язку з розвитком аксіоматичних досліджень було виявлено, що загальна схема дедуктивної побудови науки не була продумана Аристотелем до кінця і що

Цитирования: **0,01%** id: **13**

“Начала”

Евкліда як кінцеве втілення цієї загальної схеми потребують уточнень. Одночасно з цим математика кінця XIX – початку XX ст. розкрила, що загальна ідея аксіоматики може бути застосована не лише в геометрії, і що в ряді інших математичних дисциплін ця ідея може бути реалізована простіше і методично більш доступно, ніж в геометрії. Інша сторона евклідових традицій полягає у нехтуванні рухами та геометричними перетвореннями

взагалі. Евклід у своєму викладі спеціально прагнув обійтися без використання рухів, застосовуючи їх лише в тих випадках, коли не бачив іншої можливості (наприклад, при доведенні ознак рівності трикутників); логічну завершеність ця лінія знаходить в аксіоматиці Гільберта, з якої повністю виключено поняття руху [11]. Розвиток математики, зокрема, геометрії в XIX ст. довів хибність прагнення виключити з геометрії поняття перетворення; навпаки, стало зрозумілим, що це поняття є одним з самих центральних. Прогрес геометрії в цьому столітті був у значній мірі пов‘язаний з широким використанням нових типів перетворень, в першу чергу проєктивних (Понселе, Мьобіус, Штейнер, Штаудт, Дарбу та ін.) [3, 4]. Велике значення відіграло встановлення Клейном та Пуанкаре зв‘язку цих перетворень з неевклідовою геометрією Лобачевського [19]; це сприяло виникненню нового, більш широкого погляду на неевклідову геометрію і навіть на класичну геометрію Евкліда (Келі, Клейн). Певну завершеність нові точки зору знайшли в Ерлангенській програмі Ф.Клейна (1872 р.), яка вказувала на новий, досить загальний погляд на геометрію. При цьому виявилося, що вчення про геометричні перетворення тісно пов‘язано також з деякими алгебраїчними концепціями (поняття групи), що відіграють в сучасній математиці основну роль. Значний вплив здійснило теоретико-множинне обґрунтування геометрії і на аксіоматичні дослідження (аксіоматика Шура евклідової геометрії, в якій основну роль відіграє група рухів). Кінець XIX і початок XX ст. характеризуються подальшим розширенням списку цікавих для геометрії груп перетворень; на перше місце тут слід поставити топологічні перетворення (загальні взаємно однозначні та взаємно неперервні перетворення), подальше вивчення яких сприяло значному зближенню геометрії та аналізу. З іншого боку, в цей же час стала зрозумілою основна роль у всій математиці загального поняття функції або відображення, що досить близьке поняттю геометричного перетворення (значну роль у зближенні цих понять зіграло геометричне трактування Риманом теорії функцій комплексної змінної) [15]. Нарешті, теоретико-групова точка зору на геометрію значно стимулююче вплинула на вивчення геометрій, в основу яких покладено не поняття точки, а будь-яке інше геометричне перетворення (лінійчата геометрія, геометрія кіл та сфер тощо); при цьому виникла необхідність у розгляді нових цікавих перетворень. Таким чином, у XIX ст. з‘ясувалося, що поняття перетворення відіграє в геометрії основну роль; воно може бути покладено в основу означення самого предмету геометрії. Одночасно стало зрозумілим велике загальне математичне значення цього поняття, що тісно пов‘язане з поняттям групи та функції, які в значній мірі визначають обличчя сучасної математики, а також велике місце його і в прикладеннях математики. Все це, звичайно, повинно було визначити певну перебудову викладання геометрії, в якому геометричні перетворення повинні зайняти місце, що відповідає їх науковому значенню; подібна перебудова диктується і чисто методичними міркуваннями (доведення геометричних теорем, пов‘язані з перетвореннями фігур, більш доступні учням, що приступають до вивчення геометрії, ніж дедуктивні висновки з аксіом). Висування на перший план геометричних перетворень має ще й ту цінність, що дозволить вказати деякі загальні методи, які дають ключ до розв‘язання відразу багатьох геометричних задач на доведення та побудову. При цьому подібні розв‘язання в багатьох випадках є більш природними, а тому більш простими, ніж інші способи розв‘язання. 1.2 . Поняття про геометричні перетворення площини, їх місце і роль в шкільному курсі планіметрії

Обнаружен Плагиат: **0,34%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 2 ресурсов! id: **14**

Теорія геометричних перетворень виникла у зв'язку з пізнанням законів зображення предметів на площині. Спроби правильно відобразити на плоскому рисунку природні форми предметів здійснювалися задовго до виникнення писемності – люди малювали на стінах печер, скелях, посуді різноманітні рослини, тварин тощо. Тривала практика підказувала митцям, як передати на рисунку зображуваний предмет – так зароджувалося вчення про відповідності й перетворення.

Поняття руху (переміщення) в геометрії сформувалось шляхом абстракції реальних переміщень твердих тіл. Рух, як переміщення фігур і, зокрема, накладання був основним методом доведення у Фалеса (640 – 548р. до н.е.). і відіграв суттєву роль у напрацюваннях Евкліда [14].

Обнаружен Плагиат: **0,15%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 3 ресурсов! id: **15**

Фалес за допомогою перегинів і поворотів рисунка показав справедливість таких фактів, як рівність вертикальних кутів, рівність вписаного кута, що спирається на діаметр кола, прямому куту тощо.

Вперше значну увагу матеріалу геометричних перетворень

Обнаружен Плагиат: **0,31%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 3 ресурсов! id: **16**

було приділено відомим вітчизняним математиком і методистом А.Н. Колмогоровим. В його курсі геометрії (1968 – 1980) перетворення займали центральне місце та слугували основою доведення багатьох теорем. В підручниках Погорєлова А. В. й Атанасяна Л. С. рух та перетворення подібності стали розглядатися скоріш як об’єкт вивчення, ніж універсальний апарат для розв’язування задач.

За чинною програмою та діючими підручниками з математики матеріал геометричних перетворень в загальноосвітньому курсі вивчаються лише на найпростішому, оглядовому рівні і містять мінімум означень і основних фактів. Він представлений у вигляді двох окремих тем:

Цитирования: **0,01%** id: **17**

"Подібність трикутників"

(8 клас) і

Цитирования: **0,01%** id: **18**

"Геометричні перетворення"

(9клас). Тут розглядається подібність фігур в більш загальному, порівняно з восьмим класом, аспекті, як результат перетворень площини [24].

Обнаружен Плагиат: **0,13%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 3 ресурсов! id: **19**

Програма передбачає ознайомлення учнів як з поняттям про геометричні перетворення взагалі, так і з властивостями та застосуванням окремих видів цих перетворень.

У шкільному курсі планіметрії розглядаються геометричні перетворення двох видів: рух (зберігаються відстані між точками) і перетворення подібності (відстані між точками змінюються в одну й ту саму кількість разів). Як приклади перетворення руху вивчаються: симетрія відносно точки, симетрія відносно прямої, паралельне перенесення, поворот навколо точки. Прикладом перетворення подібності є гомотетія.

Обнаружен Плагиат: **0,07%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 3 ресурсов! id: **20**

Основна мета вивчення геометричних перетворень – ознайомити учнів з різними видами рухів,

Обнаружен Плагиат: **0,15%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 3 ресурсов! id: **21**

подібністю і гомотетією, їх властивостями, ввести загальне поняття про рівність і подібність фігур, показати застосування окремих видів перетворень та властивостей площ подібних фігур до розв’язування задач.

Варто зазначити, що тема

Цитирования: **0,01%** id: **22**

«Подібні трикутники»

багато років традиційно входила до теми

Цитирования: **0,01%** id: **23**

«Перетворення подібності»

і вивчалася в дев’ятому класі. Такий підхід значно звужував як теоретичне поле, в якому розглядаються трикутники у восьмому класі, так і кількість та тематику змістовних задач. Тому доцільним є виділення окремого класу подібних фігур, а саме, подібних трикутників, яким притаманні певні специфічні властивості, і їх вивчення здійснювати в курсі восьмого класу. Це дозволяє, з одного боку, забезпечити належне підґрунтя для подальшого вивчення теми

Цитирования: **0,02%** id: **24**

«Розв’язування прямокутних трикутників»,

а з іншого боку, сформувати початкові поняття про подібність фігур на прикладі трикутників як досить зручної геометричної фігури для дослідження властивостей подібності. Доцільність такого підходу підтверджує багаторічний досвід вивчення теми

Цитирования: **0,01%** id: **25**

«Рівні трикутники»

автономно від теми

Цитирования: **0,02%** id: **26**

«Переміщення (Рух)».

Таким чином, вивчення окремих випадків рівності і подібності фігур (на прикладі трикутників) можна трактувати як підґрунтя до впровадження понять рівності і подібності геометричних фігур дедуктивним шляхом, а від цього — до трактування рівності і подібності як результатів геометричних перетворень. На відмінно від рівня стандарту до поглибленого курсу вивчення математики включено окрему тему

Цитирования: **0,05%** id: **27**

«Застосування векторів і геометричних перетворень до розв’язування задач».

Значну увагу тут слід приділяти опису перетворень мовою декартових координат, встановленню відповідності між сутністю перетворення та його алгебраїчною інтерпретацією. Цей математичний апарат надає інструментарій для розв’язування широкого класу задач, у тому числі й тих, що розв’язувалися раніше іншими способами [23].

Обнаружен Плагиат: **0,3%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 3 ресурсов! id: **28**

Під час вивчення геометрії учні впевнюються, що не завжди можна дістати відповідь на поставлене запитання внаслідок безпосереднього аналізу заданої фігури або конфігурації. Часто доводиться виконувати деякі перетворення фігури. Це дає змогу зблизити окремі елементи, дістати відрізки або кути, які відповідають даним умови. Такі перетворення фігур невипадкові. Це окремі випадки застосування

геометричних перетворень. Роль навчального матеріалу:

Обнаружен Плагиат: **0,05%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 3 ресурсов! id: **29**

Введення в шкільний курс лінії геометричних перетворень дозволило дати

Цитирования: **0,01%** id: **30**

"апаратне",

Цитирования: **0,01%** id: **31**

"робоче"

Обнаружен Плагиат: **1,17%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 3 ресурсов! id: **32**

тлумачення рівності та подібності фігур. Якщо в діючих підручниках спочатку вводяться рівні трикутники через рівні елементи або суміщення (накладання), то аналогічне означення рівності (подібності) для довільних фігур ввести важко – потрібні геометричні перетворення. Геометричні перетворення дозволяють ввести в шкільний курс динаміку, подолати деяку статичність традиційного синтетичного підходу. При цьому з’являється можливість приділити достатньо уваги розвитку певних сторін просторової уяви учнів. Геометричні перетворення дають новий ефективний метод розв’язування задач, який дозволяє у певних випадках полегшити доведення теорем і розв’язування задач. Геометричні перетворення сприяють реалізації внутрішньо предметних зв’язків з алгеброю (функціональна залежність, перетворення графіків функцій), міжпредметних – з фізикою (механічний поступальний рух тощо), зауважимо, що в фізиці досліджується в основному сам процес руху, в геометрії фіксоване положення фігури, що зазнала руху (початкове, кінцеве, а інколи проміжне). Геометричні перетворення додають шкільній математиці естетику, витонченість. Ідея симетрії – орнаменти, сніжинки, архітектурні споруди являються втіленням цієї ідеї, що є одним з найважливіших засобів гуманітаризації навчання математики. Теорія геометричних перетворень в школі може бути побудована традиційним – синтетичним, а також аналітичним методами. Найбільшого розповсюдження отримав змішаний: аналітико – синтетичний підхід, що використовується в діючих підручниках. Це дозволяє спростити викладання, а також формувати в учнів представлення про можливість використання різних способів завдання геометричних перетворень.

Коротко встановимо основні поняття про геометричні перетворення. Якщо кожній точці однієї фігури F за деяким правилом ставиться у відповідність єдина точка іншої фігури F1,

така відповідність у геометрії називається геометричним перетворенням фігури F у фігуру F1 (рис.1.1). Рис. 1.1. Геометричним перетворенням фігури F у фігуру F1 Фігура F1 називається образом фігури F, а фігуру F – прообразом F1. Геометричне перетворення, яке зберігає відстані між відповідними точками, називається переміщенням або рухом. Переміщення іноді називають ізометрією. Рух перетворює фігуру F у рівну їх фігуру F/(рис.1.2). Рис. 1.2. Рух фігур Властивості переміщення: Внаслідок переміщення

Обнаружен Плагиат: **0,1%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 9 ресурсов! id: **33**

точки, що лежать на прямій, переходять у точки, що лежать на прямій, і порядок їх взаємного розміщення

зберігається; При переміщенні прямі переходять у прямі, промені – в промені, відрізки у відрізки; Внаслідок переміщення зберігаються кути між променями.

Обнаружен Плагиат: **0,3%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 3 ресурсов! id: **34**

Без доведень вводяться властивості руху: образом прямої є пряма; образом відрізка є відрізок, рівний даному; образом кута є кут, рівний даному; образом трикутника є трикутник, рівний даному; образом многокутника є многокутник, рівновеликий даному. Кожна з властивостей розглядається при вивченні окремого виду переміщення. Після розгляду загального поняття руху переходимо до поняття

Цитирования: **0,01%** id: **35**

«рівність фігур».

Обнаружен Плагиат: **0,61%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 5 ресурсов! id: **36**

З цим поняттям учні в певній мірі знайомі: до 7-го класу питання про рівність фігур вирішувався накладанням, в 7-му класі дано означення рівних відрізків, кутів, трикутників. Тепер необхідно дати загальне означення для довільних фігур. Вводимо його абстрактно-дедуктивним способом. Означення: Дві фігури називаються рівними, якщо існує рух, при якому одна з даних фігур є образом іншої (або іншими словами, якщо вони суміщаються переміщенням). Вчитель пояснює учням, що дане означення не суперечить означенням рівних відрізків, кутів і трикутників, яке вивчалося в попередні роки. На відміну від підручника [Погорєлова], в якому поняття рівності фігур розглядалося після вивчення всіх видів рухів, за сучасною програмою вчитель вводить твердження

Цитирования: **0,06%** id: **37**

«будь-яке накладання є переміщенням, і навпаки: будь-яке переміщення є накладанням»

Обнаружен Плагиат: **0,83%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 8 ресурсов! id: **38**

без обґрунтування, але на свій розсуд може повернутися до цього питання після вивчення рухів. В шкільному курсі геометрії розглядається такі геометричні перетворення: центральна симетрія; осьова симетрія; поворот; паралельне перенесення; гомотетія, перетворення подібності. Класифікацію поняття геометричне перетворення можна представити наступним чином, за допомогою схеми: Рис. 1.3. Геометричні перетворення Розгляд окремих видів геометричних перетворень здійснюється за приблизним наступним планом: Виконується побудова і одночасно проговорюється означення того чи іншого виду перетворення (конструктивне означення). Пропонується завдання на побудову фігур, отриманих шляхом дії руху (перетворення подібності) на дані фігури: геометричне перетворення вводиться для точки, відрізка, трикутника, довільної фігури. Неявно вводиться тотожне перетворення як перетворення, що переводить фігуру саму в себе (в підручнику [Мерзляк] сформульовано означення). Завдання на розпізнавання. Доведення того, що дане перетворення є переміщенням (перетворенням подібності) зазвичай передбачується задачею на побудову із послідовним вимірюванням або обчисленням відстаней. Доведення специфічних властивостей даного виду перетворень.

Охарактеризуємо кожен із різновидів геометричного перетворення площини. 1.2.1. Симетрії відносно точки Об’єкти, подані на рис. 1.4, можна описати так: вони мають таку точку O (середину відрізка, центр кола тощо), що для будь-якої точки X кожного об’єкта знайдеться така точка X', яка лежить на прямій OX на відстані OX', що дорівнює OX. Точки X і X' називаються симетричними відносно точки O, а точка O — центром симетрії. Об’єкти, які мають цю властивість, називають симетричними відносно точки O, або просто центральносиметричними. Рис. 1.4. Симетрії відносно точки Дві точки X

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 6 ресурсов! id: **39**

і X1 називаються симетричними відносно точки О, якщо точка О є серединою відрізка

XX1. Перетворення,

Обнаружен Плагиат: **0,24%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 10 ресурсов! id: **40**

при якому кожна точка Х фігури F переходить у точку X1 фігури F/, симетричну відносно даної точки О, називається перетворенням симетрії відносно точки О або центральною симетрією (рис.1.5). Фігури F і F/ називаються симетричними відносно точки О. Рис.

1.5. Приклад центральної симетрії Позначають це перетворення Zo , причому, якщо точка X' є образом точки X, то це записують так: Zo(X) = X', або X' = Zo(X). Властивості центральної симетрії: Зберігає відстані між точками. Зберігає кути. Переводить прямі у прямі, промені – у промені. Теорема. Перетворення симетрії відносно точки є переміщенням. Отже, центральна симетрія Zo перетворює: відрізок у рівний і паралельний йому відрізок; напрямлений відрізок — у рівний і протилежно напрямлений відрізок; промінь — у паралельний і протилежно напрямлений промінь; пряму — у паралельну пряму; кут — у рівний йому кут; площину — у паралельну площину. Властивості, які розглядають у курсі геометрії 9 класу. Центральна симетрія перетворює пряму на паралельну їх пряму або в туж саму

Обнаружен Плагиат: **0,07%** https://do.mlt.gov.ua/uploads/users/У... + 4 ресурсов! id: **41**

пряму, відрізок – на відрізок, многокутник – на рівний йому многокутник.

Алгоритм побудови точки, симетричної даній точці Х відносно точки О: Проводимо промінь ХО. З другого боку від точки О на промені відкласти відрізок OX1=XO. Для того, щоб побудувати фігуру, симетричну даній відносно точки (центра), потрібно для кожної точки фігури побудувати їй симетричну відносно цього центра. Приклади центрально-симетричних геометричних фігур: коло, квадрат, ромб, паралелограм, прямокутник, відрізок. Координатні формули симетрії відносно точки: . Якщо точка А має координати (х; у),то при симетрії відносно початку координат вона перейде в точку з координатами (-х; –у). Ці формули переконують, що для найпростішого аналітичного зображення центральної симетрії зручно за початок системи координат брати центр симетрії. Координатні зображення геометричних перетворень часто значно спрощують розв’язування задач. Вони встановлюють зв’язки між алгеброю і геометрією, математикою і природничими науками. 1.2.2. Осьова симетрія Нехай l – деяка пряма площини. Перетворення площини, при якому точки прямої l самі собі відповідають , а будь-якій точці А, яка не належить прямій l, відповідає точка A/ цієї ж площини, що відрізок AA/ перпендикулярний до прямої l і ділиться нею навпіл, називається симетрією відносно прямої l, або осьовою симетрією (рис.1.6.) Пряма l називається віссю симетрії. Осьову симетрію позначають Sl. Якщо точка A/ є образом точки A в симетрії відносно прямої l, то записують A/= Sl (A). Рис.1.6. Приклад осьової симетрії Осьова симетрія повністю визначається заданням або осі симетрії, або однієї пари відповідних точок, або двох різних незмінних точок. [10] Отже, перетворення,

Обнаружен Плагиат: **0,14%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 9 ресурсов! id: **42**

при якому кожна точка Х фігури F переходить у точку X1 фігури F1, симетричну відносно даної прямої l , називається перетворенням симетрії відносно прямої l.

Пряма l – вісь симетрії фігур (рис.1.7). Рис. 1.7. Перетворення симетрії відносно прямої Так, бісектриса кута є його віссю симетрії, серединний перпендикуляр відрізка є його віссю симетрії, кожна висота рівностороннього трикутника є його віссю симетрії, кожна діагональ ромба (квадрата) є його віссю симетрії, кожен діаметр кола є його віссю симетрії і т.п. [10, 11] Властивості осьової симетрії: 1.Зберігає відстані. 2.Зберігає кути. 3.Переводить прямі у прямі, промені – у промені. Теорема. Осьова симетрія є рухом. Звідси випливає ряд наслідків: Фігури, симетричні відносно прямої, рівні, але мають протилежну орієнтацію (рис.1.7) В осьовій симетрії пряма відображається на пряму, промінь – на промінь. Зберігається упорядкованість точок, паралельність прямих. Симетричні прямі або перетинаються на осі симетрії, або є паралельні їй. Точки осі рівновіддалені від будь-якої пари симетричних точок. Для будь-яких двох прямих, які перетинаються, можна побудувати дві осі симетрії – це бісектриси кутів, утворених прямими. Алгоритм побудови точки, симетричної даній точці Х відносно прямої l: Провести з точки Х перпендикуляр XO до прямої l. На продовженні перпендикуляра відкласти відрізок OX1=OX. Точка X1 - шукана. Для того, щоб побудувати фігуру, симетричну даній відносно прямої потрібно

побудувати для кожної точки даної фігури точку, симетричну відносно цієї прямої. Приклади симетричних геометричних фігур: квадрат (4 осі симетрії), прямокутника (2 осі симетрії), ромб (2 осі симетрії), коло (безліч осей, адже кожен діаметр є віссю симетрії), рівнобічна трапеція (1 вісь симетрії), правильний трикутник (3 осі симетрії). Перетворення симетрії відносно осі абсцис виражається такими координатними формулами: Симетрія відносно осі ординат: При таких перетвореннях кожна точка A (x; y) площини перетворюється в точку A/(x/;y/). Перетворення координат відносно прямої y = x (бісектриси I і III координатних кутів): Якщо точка А має координати (x; y), то при симетрії відносно прямої y = x перейде в точку A1 (x1; y1), де x1= y, y1= x. Перетворення координат при симетрії відносно осі Ox: Якщо точка А має координати (x; y), то при симетрії відносно осі Ox вона перейде в точку A1 (x; -y). Перетворення координат при симетрії відносно осі Oy: Якщо точка А має координати (x; y), то при симетрії відносно осі Oy вона перейде в точку A1 (- x; y). 1.2.3. Поворотна симетрія Серед фігур, зображених на рисунку 1.8, є такі, що не симетричні ні відносно точки, ні відносно прямої. Проте вони складаються із закономірно розташованих рівних складових частин, які можуть суміщатися одна з одною при повороті на деякий кут навколо певної точки О, розташованої в площині фігури. Точку О називають центром повороту. На рис.1.8 а) подано фігуру, яка перетворюється в себе при повороті на кути, кратні куту 36003,на рис.1.8 б) –при повороті на кут 36005 , на рис. 1.8. в) і г) – при повороті на кут 36006 , на рис.1.8 д) –при повороті на кут 36009. [10] Рис. 1.8. Приклад фігур Поворотом площини навколо точки О на заданий кут α називається таке перетворення площини, при якому кожній точці X площини, відмінній від точки О, ставиться у відповідність точка X/ цієї самої площини, що: 1) OX=OX/, 2) □ XOX/ дорівнює даному куту α і однаково з ним орієнтований. Точка О називається при цьому центром повороту, кут α – кутом повороту. Рис. 1.9. Поворот площини Поворот позначається символом Точка X/ є образом точки X у повороті навколо точки O на кут α. Якщо при повороті фігура F відображається сама на себе, то говорять, що ця фігура має поворотну симетрію. Розглянемо фігуру F, точку O, кут α.

Обнаружен Плагиат: **0,1%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 3 ресурсов! id: **43**

Кожній точці X фігури F поставимо у відповідність точку X1, яка є образом точки X при повороті навколо центра O проти годинникової стрілки на кут α (якщо точка O належить фігурі F, то їй співставляється вона сама). Усі співставлені точки утворюють фігуру F1 (рис.1.10). Рис. 1.10. Поворот навколо центра O проти годинникової стрілки на кут α Говорять, що фігура F1 є образом фігури F при перетворенні: повороті навколо центра O проти годинникової стрілки на кут α. Аналогічно означають перетворення повороту фігури F за годинниковою стрілкою на кут α (рис. 1.11). Рис. 1.11. Перетворення повороту фігури F за годинниковою стрілкою На рис. 1.12. зображені відображення: точок A/=(A), B/= (B), C/= (C); відрізків A/B/=(AB), A/C/=(AC), B/C/=(BC); кутів; трикутника ΔABC=(ΔABC) Рис. 1.12. Відображення точок, відрізків, кутів, трикутника Із наведеного випливає, що поворот навколо точки повністю визначається заданням центра повороту і орієнтованого кута повороту. Крім того поворот може бути заданий центром повороту і парою відповідних точок або двома парами відповідних точок (парою відповідних відрізків) [10, 12]. Властивості повороту: 1.Образом точки про

Обнаружен Плагиат: **0,17%** https://lektsii.org/3-3219.html id: **44**

повороті площини є точка. 2.На площині існує єдина незмінна точка – центр повороту О, якщо кут повороту відмінний від 00. 3.Незмінними прямими при повороті на кут 1800 є всі прямі, що проходять через центр повороту. Теорема. Поворот є рухом. А тому, поворот має всі властивості руху: 4.Поворот переводить прямі у прямі, промені у – промені. 5.Поворот переводить відрізки у рівні їм відрізки. 6.Поворот переводить кути у рівні їм кути. 7.Поворот переводить коло у коло того ж радіуса. Алгоритм виконання повороту: Задаємо центр О повороту, кут α повороту, напрям повороту (за чи проти годинникової стрілки). Проводимо промінь OX, де X – задана точка, поворот якої виконується. Від променя OX відкладаємо кут XOA. що дорівнює куту α в заданому напрямі. Проводимо коло з центром в точці О радіуса OX. НА перетині цього кола і променя OA отримуємо точку, таку, що OX = OX1. Якщо на площині задана фігура F, то її поворот виконують виконавши поворот кожної її точки. Тоді фігура F перейде у фігуру F1. Поворот на 1800 і -1800 є центральною симетрією (рис. 1.13). Рис. 1.13. Центральна симетрія Якщо фігура F внаслідок повороту навколо деякої точки О на кут (n – натуральне число) переходить сама в себе, то фігура F має симетрію обертання п-го порядку [10]. Фігури, що мають симетрію

п-го порядку (рис. 1.14): Рис. 1.14. Фігури з симетрією п-го порядку Формули, що виражають координати точки-образу через координати точки її прообразу при повороті площини у випадку, коли система координат і кут повороту однаково орієнтовані, мають вигляд Коли протилежно орієнтовані, формули повороту набувають вигляду: 1.2.4. Паралельне перенесення З рівномірними повтореннями фігур, ліній, об’єктів ми стикаємося в природі, техніці, мистецтві. (рис. 1.15). Такі рівномірні повторення називають паралельними перенесеннями [12]. Рис. 1.15. Паралельне перенесення

Обнаружен Плагиат: **0,1%** https://lektsii.org/3-3219.html + 2 ресурсов! id: **45**

Перетворення площини, при якому кожна точка M площини відображається на таку точку M/ цієї ж площини, що

, називають паралельним перенесенням (рис. 1.16). Позначають . Паралельне перенесення ще називають трансляцією. Точка M/ називається образом точки M при паралельному перенесенні. Символічно записують або (рис. 1.16). Рис. 1.16.

Обнаружен Плагиат: **0,1%** https://naurok.com.ua/prezentaciya-z... + 2 ресурсов! id: **46**

Паралельне перенесення Паралельним перенесенням фігури називається перенесення всіх точок простору на одну відстань в одному напрямі.

Паралельне перенесення визначає вектор переміщення, за яким відбувається перенесення.

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://naurok.com.ua/prezentaciya-z... id: **47**

Щоб здійснити паралельне перенесення, потрібно знати напрям і відстань, що означає задати вектор

(рис. 1.17).

Обнаружен Плагиат: **0,05%** https://naurok.com.ua/prezentaciya-z... + 2 ресурсов! id: **48**

Початкова фігура та фігура, отримана після паралельного перенесення, рівні.

Рис. 1.17. Паралельне перенесення що визначає вектор переміщення Аби при паралельному перенесенні побудувати зображення многокутника, достатньо побудувати зображення вершин цього многокутника. Паралельне перенесення в координатах задається формулами Ці формули виражають координати x/, y/ точки фігури F/ образу,

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... id: **49**

у яку переходить точка (x; y) фігури F прообразу при паралельному перенесенні на вектор

з координатами (a; b). Властивості паралельного перенесення: 1) Теорема. Паралельне перенесення є рухом. 2) При паралельному перенесенні точки переміщуються вздовж паралельних прямих (або однієї прямої) на ту саму відстань. 3) Пряма переходить у паралельну пряму (або в себе); промінь переходить у співнапрямлений промінь. Два промені називаються співнапрямленими, якщо дані промені паралельні й лежать по один бік від прямої, що проходить через їх початки, або промені лежать на одній прямій і один із них є частиною другого. На рис. 1.18 промені OA і BC, OA і MA, BC і MA — співнапрямлені. Рис. 1.18. Співнапрямлені промені 4) Які б не були точки A і A/ існує єдине паралельне перенесення, при якому точка A переходить у точку A/. 5) Так як паралельне перенесення є рухом, то образом фігури F у паралельному перенесенні є фігура F/, рівна фігурі F. Таким чином, при паралельному перенесенні кожен відрізок відображається на паралельний і рівний йому відрізок, трикутник – на рівний йому трикутник, коло – на рівне йому коло, кут – на рівний йому кут і т.д. Корисними при розв’язуванні задач також є властивості: На площині при паралельному перенесенні немає незмінних точок. 2.Незмінними у паралельному перенесенні є ті прямі, які паралельні до вектору переміщення. 3.При будь-якому паралельному перенесенні якщо точка C лежить між точками A і B, то точка образ C/ точки C лежить між образами A/ і B/ точок A і B [10, 12]. Висновки: 1. Композиція (послідовне виконання) двох осьових симетрій, осі яких паралельні, є паралельне перенесення. 2. Композиція двох центральних симетрій з різними центрами симетрії є паралельним перенесенням. 3. Композиція двох поворотів навколо різних центрів є поворот або паралельне перенесення. 1.2.5. Подібність і гомотетія

Обнаружен Плагиат: **0,46%** https://fizmat.7mile.net/geometriya-9... + 7 ресурсов! id: **50**

Перетворення фігури F на фігуру F1 називається перетворенням подібності, якщо при цьому перетворенні відстані між точками змінюються в ту саму кількість разів (рис. 1.19). Рис. 1.19. Перетворення подібності Або іншими словами: якщо довільні точки X і Y фігури F при перетворенні подібності переходять у точки X1 і Y1 фігури F1, то X1Y1 = k · XY, де k —

те саме число для будь-яких точок X і Y. Число k називається коефіцієнтом подібності. Властивості перетворення подібності

Обнаружен Плагиат: **0,13%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 5 ресурсов! id: **51**

При перетворенні подібності точки, які лежать на прямій, переходять у точки, що лежать на прямій, і зберігається порядок їх взаємного розташування.

Обнаружен Плагиат: **0,14%** https://fizmat.7mile.net/geometriya-9... + 4 ресурсов! id: **52**

Перетворення подібності переводять прямі у прямі; промені — у промені; відрізки — у відрізки. При перетворенні подібності кут переходить у рівний йому кут.

Фігура F1 називається подібною до фігури F (F1 ~ F),

Обнаружен Плагиат: **0,21%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 2 ресурсов! id: **53**

якщо існує відображення фігури F на фігуру F1, при якому для будь-яких двох точок A і B фігури F та їх образів A1 і B1 фігури F1 відношення відстаней AB і A1B1 є величиною сталою. Число

називають коефіцієнтом подібності. Таким чином, фігури називаються

Обнаружен Плагиат: **0,06%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... id: **54**

подібними, якщо вони переходять одна в одну при перетворенні подібності.

Обнаружен Плагиат: **0,2%** https://fizmat.7mile.net/geometriya-9... + 6 ресурсов! id: **55**

Кожна фігура подібна сама собі з коефіцієнтом подібності k = 1. Якщо фігура F1 подібна фігурі F з коефіцієнтом подібності k, то фігура F подібна F1 з коефіцієнтом подібності 1/ k. Якщо фігура F1

подібна фігурі F з коефіцієнтом подібності k1, а фігура F2 подібна F1 з коефіцієнтом подібності k2 , то фігура F2 подібна F з коефіцієнтом подібності k1k2 [10, 13]. Тому, кожен рух площини можна розглядати як перетворення подібності з коефіцієнтом k = 1. Рух є окремим випадком перетворення подібності.

Обнаружен Плагиат: **0,45%** https://fizmat.7mile.net/geometriya-9... + 2 ресурсов! id: **56**

Нехай F — дана фігура і O — фіксована точка (рис. 1.20). Рис. 1.20. Гомотетія Через довільну точку X фігури F проведемо промінь OX і відкладемо на ньому відрізок OX1, який дорівнює k·OX, де k — додатне число. Перетворення фігури F, при якому кожна її точка X переходить у точку X1 і OX1 = k · OX, називається гомотетією відносно точки O; число k — коефіцієнтом гомотетії; фігури F і F1 — гомотетичними.

На рис. 1.21 показано гомотетію трикутників з центром в точці O. Якщо k 0, то отримаємо випадок зображений на рис. 1.21 а), коли фігури розміщені по один бік від центра гомотетії; і якщо k 0, то – фігури симетричні відносно центра гомотетії (рис. 1.21 б)). а)б) Рис. 1.21. Гомотетія трикутників з центром в точці O: а) k 0; б) k 0

Обнаружен Плагиат: **0,3%** https://vseosvita.ua/lesson/podibnist... + 6 ресурсов! id: **57**

Властивості гомотетії Гомотетія з коефіцієнтом k є перетворенням подібності з коефіцієнтом k При гомотетії пряма переходить у паралельну їй пряму або сама в себе; відрізок — у паралельний йому відрізок; кут — у рівний йому кут. На координатній площині гомотетія точок A(x; y) і B(x1; y1) задається формулами: x1

=kx,y1=ky. Образом будь-якої точки в гомотетії з центром O і коефіцієнтом k є точка і при тому єдина. Незмінною точкою площини в гомотетії є лише центр гомотетії, а незмінними прямими – всі прямі, що проходять через центр гомотетії. Гомотерія з центром O і коефіцієнтом -1 є центральною симетрією з центром в точці O. Промінь, що виходить з центра гомотетії, переходить сам у себе, якщо k 0 і в симетричний відносно центра гомотетії якщо k 0. Кожна пряма, що не проходить через центр гомотетії, переходить у паралельну їй пряму. Гомотетія з коефіцієнтом 1 є тотожним перетворенням площини [10, 13]. 1.3. Характеристика та суть методу геометричних перетворень Перетворення площини – рух і подібність – у багатьох випадках дозволяють економно і витончено розв’язувати геометричні задачі. Однак оволодіти методом геометричних перетворень нелегко: не будь-яка задача може бути розв’язана цим методом і потрібен певний досвід, щоб вибрати підходящий вид перетворення. В залежності від того, яке геометричне перетворення ми використовуємо (паралельне перенесення, осьову симетрію, симетрію відносно точки, поворот чи гомотетію) метод відповідно й називається: методом

Цитирования: **0,01%** id: **58**

"паралельного перенесення",

методом

Цитирования: **0,01%** id: **59**

«центральної симетрії»,

методом

Цитирования: **0,01%** id: **60**

"осьової симетрії",

метод

Цитирования: **0,01%** id: **61**

«повороту»

метод

Цитирования: **0,01%** id: **62**

«гомотетії».

З’ясуємо суть кожного із вище вказаних методів. Використання властивостей центральної симетрії до розв’язування геометричних задач називають методом центральної симетрії. Метод симетрії відносно точки застосовується в задачах про центрально-симетричні фігури або про відрізки з серединою в даній точці і кінцями на двох даних прямих. [11] Хід міркувань зводиться до: а) знаходження положення прямої, що проводить через центр симетрії двох геометричних фігур; б) відшукання образу точки на одній з фігур, якщо відомі центр їх симетрії і прообраз цієї точки. Здебільшого цей метод ефективний тоді, коли серед даних елементів є відрізок, середина якого відома. [10] Прикладами таких задач є задачі наступного змісту. Задача. [1; 27]. Доведіть, що точка перетину діагоналей паралелограма є його центром симетрії. Доведення. Нехай точка О — точка перетину діагоналей паралелограма ABCD. За теоремою про точку перетину діагоналей паралелограма діагоналі АС та BD діляться нею пополам, тому точки А і С, В і D симетричні відносно точки О. Отже, відрізки АВ та CD, ВС та DA симетричні відносно точки О, яка є центром симетрії паралелограма. Використання властивостей осьової симетрії до розв’язування задач у геометрії називають методом осьової симетрії. Суть методу полягає в тому, що поряд з даними або шуканими точками (фігурами) розглядають і симетричні їм точки (фігури) відносно певним чином вибраної прямої. Успіх застосування методу осьової симетрії істотно залежить від вдалого вибору осі симетрії. Оскільки бісектриса кута, діагоналі ромба, квадрата є осями симетрії відповідних фігур, то метод симетрії застосовується до задач, що включають у число даних елементів положення осей симетрії фігури. [10] Метод симетрії відносно прямої використовується в задачах про геометричні фігури, що мають вісь симетрії, або в тих випадках, коли в задачі дано суму (різницю) лінійних або кутових елементів. При цьому учні повинні вміти знаходити: образи геометричних фігур при заданій симетрії; точки на фігурах, симетричних відносно деякої осі. [1] Приклади задач, які можна розв’язати цим методом. Задача 1. Діагоналі паралелограма ABCD лежать на прямих $y = 0$ та $y = x$. Середина однієї із сторін – точка M(3;1). Знайти координати вершин паралелограма. Задача 2. Довести, що два трикутники рівні, якщо сторона, прилеглий до неї кут і різниця двох інших сторін одного трикутника дорівнюють відповідним елементам другого. Розв’язання двох сформульованих вище задач на обчислення та доведення подано в розділі 2. Отже, застосування методу симетрії дозволяє дану в умові задачі фігуру (або її елементи) замінюємо фігурою, симетричною даній відносно деякої точки або прямої [11]. Використання властивостей повороту до розв’язування задач у геометрії називають методом повороту. Метод повороту навколо даної точки застосовується в тих задачах, в умовах яких можна виділити рівнобедрений трикутник з відомим кутом між рівними сторонами. Успіх у його застосуванні залежить від рівня умінь: а) будувати образи геометричних фігур (точки, відрізка, променю, прямої, трикутника тощо); б) відшукувати центр повороту; в) будувати відповідні при даному повороті точки на довільних фігурах, описаних задачними ситуаціями. [1] Суть методу повороту полягає в тому, що, використовуючи поворот усієї фігури або її частини навколо вдало вибраного центра на певний кут, зближають дані елементи, дістають зручні їх розміщення, що полегшує розв’язання задачі на обчислення, доведення чи побудову. Зокрема, метод повороту застосовують до розв’язування задач на побудову таких фігур, у

яких відомий сталий кут і хоча б два різних відрізки, наприклад, до побудови правильних і рівнобедрених трикутників, квадратів, правильних многокутників [10, 12]. Приклад задачі. Задача. На сторонах АВ і АС трикутника АВС побудовані правильні трикутники АВМ і АСН. Довести, що відстань між точками М і Н дорівнює стороні ВС. Розв'язання. Розглянемо поворот площини навколо центра А на кут 600. Оскільки ∠МАВ = 600 і АМ = АВ, то при цьому перетворенні точка М перейде в точку В (рис. 1.22). Отже, поворот перетворює відрізок МН у відрізок ВС, звідки за властивістю повороту МН = ВС. Рис. 1.22. Розв'язання Інші застосування повороту до розв'язування планіметричних задач подано у розділі 2. Застосування теорії паралельного перенесення до розв'язування задач на обчислення, доведення та побудову називають методом паралельного перенесення. Властивості паралельного перенесення дають можливість спростити розв'язання ряду задач. Суть цього методу полягає в тому, що разом з даними і шуканими елементами фігури розглядають і їх образи у певним чином вибраному паралельному перенесенні. При цьому перенесення може стосуватися або всієї фігури, або окремих її частин [12]. Метод паралельного перенесення здебільшого використовують для зближення розрізнених частин чотирикутників загального виду, трапецій, трикутників тощо. У всіх випадках

Обнаружен Плагиат: **0,06%** https://studfile.net/preview/9898657/... id: **63**

вибір частини фігури, яку збираються перенести, і пари відповідних точок

(вектори), що характеризують здійснюване паралельне перенесення, спираються на конкретну умову задачі. При розв'язуванні задач цим методом інколи доводиться застосовувати не одне, а кілька паралельних перенесень [10]. Приклади формулювання задач. Задача 1. Якщо дві медіани трикутника рівні між собою, то трикутник рівнобедрений. Довести. Задача 2. Побудувати трапецію за даними її основами та діагоналями. Розв'язання сформульованих задач та застосування паралельного перенесення до розв'язування інших планіметричних задач подано у розділі 2. Отже, метод паралельного перенесення застосовують з метою

Цитирования: **0,01%** id: **64**

«зближення»

елементів геометричної фігури. Щоб добре оволодіти умінням використовувати його, треба навчитися будувати образи геометричних фігур при цьому перетворенні,

Цитирования: **0,01%** id: **65**

«бачити»

його в конкретних задачних ситуаціях. За навчальними підручниками і посібниками означення і властивості паралельного перенесення можна ввести в використанням декартових координат. Це істотно позначається на характеристиці типів відповідних задач, виділених у ньому. За змістом їх можна розподілити на групи: а) виконання паралельного перенесення в координатах; б) використання властивостей паралельного перенесення [1]. Використання властивостей подібності та гомотетії до розв'язування задач у геометрії називають методом подібності або гомотетії. Суть методу подібності (гомотетії). Величини відповідних кутів і відношення відповідних відрізків є інваріантами перетворення подібності. Тому метод подібності зручно використовувати для розв'язування таких задач, в умові яких, серед даних є кути і відношення відрізків. Суть цього методу при розв'язуванні задач на побудову полягає в тому, що спочатку будують допоміжну фігуру, подібну шуканій так, вона задовольняла всі умови задачі, крім однієї, яка характеризує лінійні розміри. Потім допоміжну фігуру відображають у їй подібну (шукану) так, щоб виконувалася відкинута умова. У результаті дістають шукану фігуру [10, 13]. Метод подібності в задачах на побудову ґрунтується на тому, що спочатку будують допоміжну геометричну фігуру, подібну даній, але таку, яка не задовольняє лише одну з вимог задачі. Після цього перетворюють знайдену фігуру у подібну їй так, щоб задовольнити невикористану вимогу. Цей метод застосовують найчастіше до задач, в яких задано довжину одного з відрізків, а інші дані, що визначають шукану фігуру, або кути, або відношення інших відрізків. Щоб серед даних умовою задачі величин вибрати ті, за якими можна побудувати допоміжну фігуру, подібну шуканій, учневі треба знати, якими величинами можна задати форму геометричної фігури. Такими величинами є: для трикутника величини двох кутів, відношення двох сторін і величина кута між ними, відношення трьох сторін, відношення трьох медіан, відношення трьох висот; для прямокутника — відношення суміжних сторін, відношення діагоналі і сторони, кут між

діагоналями; для паралелограма —відношення двох сторін і величина

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://studfile.net/preview/7037557/... id: **66**

кута між ними, відношення діагоналей і величина кута між ними, відношення діагоналей і величина одного з його кутів; для ромба — величина його кута, відношення діагоналей [13]. Наприклад. Довести, що медіана трикутника менша пів суми сторін, між якими вона розташована [10]. Розв’язання. Побудуємо точку D, симетричну точці C відносно точки M як показано на рисунку 1.23. Рис. 1.23. Розв’язання Так як точка M – середина відрізка AB, то відрізок AD симетричний відрізку BC. Ми отримали трикутник ACD в якому CD=2CM, AD=BC. Отже, 2CM AC+BC або mc (a+b)/2, де mc=CM, a=BC, b=AC. Інші приклади розв’язування планіметричних задач методом гомотетії подані в розділі 2. Отож, метод гомотетії зручно застосовувати до розв’язування задач на побудову, в яких заданими елементами, що визначають фігуру, є: Один лінійний елемент (сторона, бісектриса, висота, медіана, радіус вписаного чи описаного кола); Сума двох лінійних елементів (сума двох медіан, бісектрис, висот, чи сума висоти і медіани тощо); Відношення лінійних елементів; Кути, які не змінюють величини при подібному перетворенні; Коли потрібно одну фігуру вписати в іншу. У цьому випадку відкидають одну з умов розміщення шуканої вписаної фігури і будують фігуру, подібну до шуканої. Такою умовою часто буває те, що одна з вершин вписаної фігури не належить відповідній стороні даної фігури. Тоді допоміжну фігуру геометричним перетворенням переводять у шукану вписану. Як бачимо, метод гомотетії застосовують до розв’язування таких задач на побудову, умову яких можна розбити на дві частини, одна з яких визначає форму фігури (кути, відношення відрізків), а інша – її розміри, положення відносно даних ліній і точок. Допоміжну фігуру краще будувати так, щоб вона була не лише подібною до шуканої, ай подібно з нею розміщена, зокрема, щоб допоміжна і шукана фігури були гомотетичними. При цьому важливо вдало вибрати центр гомотетії. Коефіцієнт гомотетії (подібності) дорівнює відношенню будь-якої пари відповідних відрізків шуканої і допоміжної фігур. Слід пам’ятати властивості відношень двох величин. Наприклад, якщо відрізки a, b, c, фігури F відповідають відрізки a/,b/,c/ фігури F/, то коефіцієнт подібності дорівнює відношенням [10, 13]: Як відомо, навчання учнів розв’язанню геометричних задач із використанням геометричних перетворень представляють особливі труднощі. Це пов’язано з тим, що розв’язування задач даним методом не можна звести до визначених алгоритмів або вказівок. Розв’язання кожної задачі представляє творчий процес [19, 30]. Розв’язування задач методом геометричних перетворень буде результативним при чіткому розумінні змісту властивостей кожного із перетворень площини. Відповідно, властивості геометричних перетворень використовуються ефективно до розв’язування задач лише тоді, коли учні вміють: будувати геометричні фігури при конкретних видах перетворень; визначати вид перетворення за окремими елементами геометричних фігур; встановлювати (обчисленням, побудовою) положення відповідних точок при певному виді перетворення [1]. Для формування цих умінь корисно скористатися розв’язуванням задач на побудову. Задачі цього виду можна умовно поділити на групи: побудова відповідних точок при заданому геометричному перетворенні; побудова фігури, для якої відповідне перетворення треба знайти. Тому, перш ніж приступити до навчання розв’язувати задачі даними методами, особливу увагу необхідно приділити поетапному формуванню наступних умінь: будувати образи фігур при переміщені і гомотетії; знаходити відповідні в перетвореннях точки на даних відповідних у тому ж перетворені фігурах. виділяти елементи, що визначають перетворення: осі симетрії, центр і кут повороту, напрям і відстань паралельного перенесення, коефіцієнт гомотетії; будувати відповідні в перетвореннях точки на заданих фігурах [1]. Для виявлення рівня сформованості уміння призначені діагностичні задачі, які варто запропонувати учням перед зразками розв’язання задач кожним методом. І тільки переконавшись, що учні вільно володіють вказаними методами, можна приступити до навчання розв’язання задач. Отже,

Обнаружен Плагиат: **0,11%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 2 ресурсов! id: **67**

суть методу геометричних перетворень полягає в розгляді поряд з даними фігурами їхніх образів, отриманих за допомогою певного перетворення.

Використання цих методів для розв’язування задач на обчислення, доведення та побудову наводиться у розділі 2. Основними джерелами для підбору задач, які розглядаємо у 2 є [1, 10, 11, 12, 13, 27]. 1.4. Місце геометричних перетворень в програмі, в шкільних підручниках (для різних рівнів вивчення математики) У сучасних шкільних програмах [34,

47, 48] поняттю геометричного перетворення відводиться досить скромне місце: школярам дають визначення таких перетворень як поворот, паралельне перенесення, симетрія, іноді інверсія, і показують, що ці перетворення можуть бути корисні при вирішенні певних завдань. Тим часом, поняття перетворення є для геометрії ключовим. Інакше кажучи, саме визначення геометрії вимагає його використання. Курс математики основної школи логічно продовжує реалізацію завдань математичної освіти учнів, розпочату в початкових класах, розширюючи і доповнюючи ці завдання відповідно до вікових і пізнавальних можливостей школярів. Зміст математичної освіти в основній школі структурується за такими змістовими лініями: числа; вирази; рівняння і нерівності; функції; геометричні фігури; геометричні величини. Кожна з них розвивається з урахуванням завдань вивчення математики на цьому ступені шкільної освіти, в якому виокремлюються два основні етапи: 5-6 класи і 7-9 класи. Освітні завдання на першому етапі реалізуються у процесі вивчення єдиного курсу математики, на другому – двох курсів: алгебри і геометрії. Головна лінія курсу геометрії – геометричні фігури та їх властивості. Основними поняттями курсу є: точка, пряма, площина, належати, лежати між. Перші три поняття – це основні геометричні фігури, а два останніх – основні відношення. Це неозначувані поняття – для них не формулюються означення, але їх зміст розкривається через опис, показ, характеристику. Інші поняття курсу визначаються, а їх властивості встановлюються шляхом доказових міркувань. Учень має усвідомити, що під час доведення теорем можна користуватися означеннями і раніше доведеними теоремами. У 9 класі розширюються уявлення учнів про аналітичне задання геометричних фігур, зокрема подається рівняння прямої, кола, виводяться формули довжини відрізка, координат середини відрізка, формується поняття про метод координат, який застосовується до доведення теорем та розв’язування задач. До відомих учням скалярних величин долучаються векторні величини. Розглядаються рівні, протилежні, колінеарні вектори. Поглиблене вивчення математики в 8-9 класах передбачає розширення і поглиблення змісту відповідного курсу математики загальноосвітньої школи, посилення його прикладної спрямованості, формування в учнів стійкого інтересу до предмета, виявлення і розвиток математичних здібностей, підготовку до поглибленого навчання математики в старшій школі. Поглиблене вивчення математики в основній школі є певною мірою орієнтаційним. Важливо тут допомогти учневі усвідомити ступінь свого інтересу до предмета і оцінити можливості оволодіння ним із тим, щоб після закінчення дев’ятого класу зробити свідомий вибір на користь подальшого поглибленого вивчення математики або вивчення її в межах загальноосвітнього курсу. Крім загальних завдань, в основній школі реалізуються такі специфічні для даного етапу поглибленого навчання математики освітні завдання: вивчення геометричних перетворень площини (рухів, подібності) та їх властивостей, а також розвиток функціональних уявлень на геометричному змісті; ознайомлення з методами геометричних перетворень, координат і векторів та вироблення умінь застосовувати їх під час розв’язування задач. У темі

Цитирования: **0,01%** id: **68**

«Геометричні перетворення»

вивчається рух та його види (паралельне перенесення, симетрії відносно точки і прямої, поворот), гомотетія, перетворення подібності та властивості цих перетворень. Тут розглядається подібність фігур в більш загальному, порівняно з восьмим класом, аспекті, як результат перетворень площини. Значну увагу слід приділяти опису перетворень мовою декартових координат, встановленню відповідності між сутністю перетворення та його алгебраїчною інтерпретацією. Цей математичний апарат надає інструментарій для розв’язування широкого класу задач, у тому числі й тих, що розв’язувалися раніше іншими способами. Якщо вивчення теми

Цитирования: **0,01%** id: **69**

«Геометричні перетворення»

в 9 класі розраховано на 6 годин навчального часу. Дана тема включає в себе наступний навчальний матеріал: Переміщення (рух) та його властивості. Симетрія відносно точки і прямої, поворот, паралельне перенесення. Рівність фігур. То вивчення теми

Цитирования: **0,01%** id: **70**

«Геометричні перетворення»

в 9 класі (поглиблене вивчення математики) розраховано на 20 годин навчального часу. Дана тема включає в себе такий навчальний матеріал: Поняття геометричного

перетворення. Переміщення (рух) та його властивості. Рівність фігур. Паралельне перенесення. Симетрія відносно точки і прямої. Поворот. Застосування переміщень до розв'язування задач. Гомотетія та її властивості. Перетворення подібності та його властивості. Подібність фігур. Площі подібних фігур. Застосування перетворень подібності та гомотетії до розв'язування задач. (Інверсія. Застосування інверсії до розв'язування задач). Проведемо огляд навчально-методичної літератури за темою

Цитирования: **0,01%** id: **71**

«Геометричні перетворення».

Для цього розглянемо такі навчальні посібники:

Цитирования: **0,01%** id: **72**

«Геометрія»

підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г.) [5],

Цитирования: **0,05%** id: **73**

«Геометрія для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики»

підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.) [26],

Цитирования: **0,09%** id: **74**

«Геометрія. Початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу” Тема «Геометричні перетворення» в посібнику «Геометрія»

для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г.). Цій темі присвячений розділ 5, який складається з шести параграфів. У § 21

Цитирования: **0,03%** id: **75**

“ Переміщення та його властивості”

на прикладі найпростішого стрічкового орнаменту вводиться поняття

Цитирования: **0,02%** id: **76**

“геометричне перетворення фігури”,

теорема 12 з доведенням:

Цитирования: **0,27%** id: **77**

“Якщо точка B лежить між точками A і C , а переміщення відображає їх на точки B1, A1 і C1,то B1 лежить між A1 і C1" та теорема 13 з доведенням “ Переміщення відображає відрізок на рівний йому відрізок”. У § 22 “Симетрія відносно точки”

наводиться теорема 14 з доведенням:

Цитирования: **0,04%** id: **78**

“ Симетрія відносно точки - переміщення”.

В параграфі дається означення центральній симетрії, приклади центрально-симетричних фігур. У § 23

Цитирования: **0,02%** id: **79**

“Симетрія відносно прямої”

дається означення симетричним фігурам відносно прямої та теорема 16 з доведенням

Цитирования: **0,04%** id: **80**

“Перетворення симетрії відносно прямої є переміщення”

У § 24

Цитирования: **0,01%** id: **81**

“Поворот”

дається означення, що називається центром повороту та кутом повороту. Після теореми 17 та її доведення дається означення: ” Симетрія відносно точки є поворот на 180° навколо цієї точки”. У § 25

Цитирования: **0,01%** id: **82**

“Паралельне перенесення”

. Його вводять за допомогою малюнка. Дається теорема 18 з доведенням:

Цитирования: **0,02%** id: **83**

“Паралельне перенесення - переміщення”.

У § 26

Цитирования: **0,01%** id: **84**

“Перетворення подібності”

вводяться означення, що називають перетворенням подібності та коефіцієнтом подібності. Теорема 19 з доведенням:

Цитирования: **0,14%** id: **85**

“Перетворення подібності переводить три точки, що лежать на одній прямій, у точки, що лежать на одній прямій, і зберігає порядок взаємного розміщення цих точок”.

Водиться означення подібних фігур та властивості подібності. Теорема 20 з доведенням:

Цитирования: **0,04%** id: **86**

“Відношення периметрів подібних многокутників дорівнює коефіцієнту подібності”.

Теорема 21 з доведенням:

Цитирования: **0,05%** id: **87**

“Відношення площ подібних многокутників дорівнює квадрату коефіцієнта подібності”

Тема

Цитирования: **0,01%** id: **88**

«Перетворення фігур»

в навчальному посібнику

Цитирования: **0,05%** id: **89**

«Геометрія для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики»

підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів (авт. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.). Цій темі присвячений параграф 6, який складається з 6 пунктів. В цьому параграфі ознайомлюють з такими видами перетворень: паралельне перенесення, центральна симетрія, осьова симетрія, поворот, подібність. Пункт 19. Перетворення (відображення) фігур. На прикладі рисунків дається означення образу і прообразу фігури, та яке перетворення називається оборотним, оберненим, тотожним, взаємно оберненим. Пункт 20. Рух. Паралельне перенесення.

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 2 ресурсов! id: **90**

Означення: “Перетворення фігури F, яке зберігає відстань між точками, називають рухом (переміщенням) фігури F.

В цьому пункті доводяться шість теорем про рух, вивчається два наслідки з теорем. Наслідок з теореми: “Якщо фігура F1 - образ фігури F при паралельному перенесенні, то F =F1. В кінці пункту автор дає алготитм побудови. Пункт 21. Осьова симетрія. Починається пункт з означення, які точки називаються симетричними відносно прямої l. На прикладі рисунка дається означення осьової симетрії відносно прямої l та як називається пряма l. Властивість осьової симетрії - теорема 21.1 з доведенням. Осьова симетрія є рух. Два наслідки з теореми: Наслідок 1. Якщо, S1(

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... id: **91**

F) =F1 ,то F =F1. Наслідок 2. Осьова симетрія є оборотним перетворенням. Якщо

S1(F) =F1 то, S1(F1) =F, тобто S1 ∘ S1(

Обнаружен Плагиат: **0,07%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 2 ресурсов! id: **92**

F) = F. Означення . Фігуру називають симетричною відносно прямої l, якщо

S1(F) = F. Після означення наводяться приклади фігур, які мають вісь симетрії. Рівносторонній трикутник має три осі симетрії, квадрат має чотири осі симетрії.

Обнаружен Плагиат: **0,18%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 2 ресурсов! id: **93**

Теорема 21.2. Якщо фігура має рівно дві осі симетрії, то ці осі перпендикулярні. Теорема 21.3. Якщо многокутник має дві або більше осей симетрії, то вони перетинаються в одній точці.

Ці теореми пропонує автор довести на математичному гуртку.

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 2 ресурсов! id: **94**

Теорема 21.4. Композиція двох осьових симетрій з паралельними осями є паралельним перенесенням.

Цю теорему автор пропонує самостійно довести по складеному плану. В кінці пункту наведені приклади розв'язання задач та наведено приклад, який трикутник називається ортоцентричним. Пункт 22. Центральна симетрія. Пункт починається з означення: “ Точки A і A1називаються

Обнаружен Плагиат: **0,1%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... id: **95**

симетричними відносно точки O, якщо точка O є серединою відрізка AA1. Точку O вважають симетричною самій собі.

На прикладі рисунків показують, що називають центральною симетрією відносно точки, центром симетрії. Властивість центральної симетрії - теорема 22.1. Центральна симетрія є рухом. Після доведення теореми дається два наслідки. Наслідок 1. Якщо SO(

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... id: **96**

F) = F1 , то F=F1. Наслідок 2. Центральна симетрія є оборотним перетворенням. Якщо

SO(F) = F1 , то SO (F1)=F , тобто SO ∘ SO(

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 3 ресурсов! id: **97**

F) =F. Означення. Фігуру називають симетричною відносно точки O, якщо SO(F) =F.

Після означення автор наводить приклади фігур , які мають центр симетрії. В кінці пункту автор наводить приклади розвязання задач: дві на побудову, дві - довести. Пункт 23. Поворот. Пояснення починається з рисунка, на якому зображені точки, що утворюють рівні відрізки та рівні кути. Автор показує, яку точку називають центром повороту, а який кут називають кутом повороту. Далі розглядається фігура F, точка O ,кут α. та точки, які належать фігурі F і точки, які ставлять у відповідність точкам фігури F, які є образом даним точкам. Внаслідок

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 3 ресурсов! id: **98**

такого перетворення фігури F отримаємо фігуру F1. Автор називає таке перетворення фігури F

поворотом навколо центра O проти годинникової стрілки на кут α та позначає ROα. Пишуть: ROα (F) =F1. Точку O називає центром повороту. Теорему 23.1.(властивість повороту): “ Поворот є рухом.” автор пропонує довести самостійно. Теорема 23.2

Обнаружен Плагиат: **0,08%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... id: **99**

Композицією двох осьових симетрій з непараельними осями є поворот навколо точки перетину осей.

Довести теорему пропонують самостійно, по складеому плану. Теорему 23.3.

Обнаружен Плагиат: **0,07%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... id: **100**

Будь-який рух фігури є композицією не більше, ніж трьох осьових симетрій.

Довести теорему пропонується на математичному гуртку. Пункт 24. Гомотетія. Подібність фігур. Пояснення теми починається з розгляду фіксованої точки O та довільної точки X.

Обнаружен Плагиат: **0,39%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 3 ресурсов! id: **101**

Теорема 24.1. При гомотетії фігури F із коефіцієнтом k усі відстані між її точками змінюються в | k | разів, тобто якщо A і B — довільні точки фігури F, а точки A1 і B1 — їхні відпо- відні образи при гомотетії з коефіцієнтом k, то A1B1 = | k | AB. Наслідок. Якщо трикутник A1B1C1 гомотетичний трикутнику ABC із коефіцієнтом гомотетії k, то

ΔA1B1C1 ~ ΔABC. Теорем а

Обнаружен Плагиат: **0,64%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 13 ресурсов! id: **102**

24.2. При гомотетії фігури F образами будь-яких її трьох точок, які лежать на одній прямій,

є три точки, які лежать на одній прямій, а образами трьох точок, які не лежать на одній прямій, є три точки, які не лежать на одній прямій. Скориставшись теоремою 24.1 та ідеєю доведення теореми 20.1, автор пропонує довести цю теорему самостійно. Наслідок. При гомотетії відрізка, променю, прямої образами є відповідно відрізок, промінь, пряма. При гомотетії кута образом є кут, рівний даному. При гомотетії трикутника образом є трикутник, подібний даному. Означення. Дві фігури називають подібними, якщо одну з них можна отримати з другої в результаті композиції двох перетворень: гомотетії та руху.

. З попередніх теорем і означень, автор робить висновок:

Обнаружен Плагиат: **0,1%** https://subjectum.eu/textbook/mathe... + 3 ресурсов! id: **103**

при перетворенні подібності фігури F відстані між її точками змінюються в одну й ту саму кількість разів

Обнаружен Плагиат: **0,07%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 7 ресурсов! id: **104**

Теорема 24.3. Відношення площ подібних многокутників дорівнює квадрату коефіцієнта подібності.

В кінці пункту дається оповідання: “Інверсія”. У цьому оповіданні ми розглянемо перетворення фігур, яке називають інверсією (від латин. inversio — перегортання, обернення) та властивості інверсії. Властивість 1. Образами точок, які лежать усередині кола інверсії (не включаючи центр кола), є точки, які лежать поза колом, і навпаки, образами точок, які лежать поза колом інверсії, є точки, які лежать усередині кола. Властивість 2. Якщо X — довільна точка кола інверсії, то тобто всі точки кола інверсії є нерухомими точками цього перетворення. Властивість 3. Інверсія є оборотним перетворенням. Перетворенням, оберненим до інверсії , є ця сама інверсія. Висновки до розділу Геометричні перетворення площини спрощують розв’язування багатьох планіметричних задач та виступають потужним інструментом їх розв’язання. Основна ідея цього методу полягає в тому, що фігура, яка розглядається в умові задачі, перетворюється в

Цитирования: **0,01%** id: **105**

«нову»

фігуру, яку дістали з даної за допомогою певного геометричного перетворення; з’ясовуємо властивості

Цитирования: **0,01%** id: **106**

«нової»

фігури і розв’язавши задачу для перетвореної фігури, потім оберненим перетворенням повертаємося до початкової фігури. Так знаходимо шлях розв’язування задачі. У деяких задачах перетворення застосовуємо не до всієї фігури, а лише до деякої її частини. Залежно від того, яке перетворення застосовується, розрізняють різновидності методу геометричних перетворень: метод симетрії, метод повороту, метод паралельного перенесення та метод подібності. Метод симетрії досить часто застосовують у процесі розв’язування завдань на знаходження мінімальних значень певних величин. Метод повороту корисно застосовувати тоді, коли в умові задачі дано трикутник з відомим кутом між рівними сторонами (рівносторонній, рівнобедрений прямокутний трикутник тощо) або дано фігуру, в якій можна виділити зазначений трикутник. Метод паралельного перенесення дозволяє зблизити віддалені один від одного частини фігури і цим спростити задачу. Метод подібності дозволяє розглядати не задану в умові задачі фігура, а їй подібну. Найчастіше цей метод використовується у задачах на побудову. Умова задачі дає змогу побудувати фігуру подібну шуканій або дає можливість

Цитирования: **0,01%** id: **107**

«помножити»

певним способом побудовану фігуру і, якщо потрібно, помістити її у потрібне положення [18]. РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РОЗВИТКУ ВМІНЬ ШКОЛЯРІВ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДУ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ПРИ РОЗВ’ЯЗУВАННІ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ 2.1. Застосування геометричних перетворень до розв’язування задач на обчислення 2.1.1. Метод осьової та центральної симетрії в задачах на обчислення Задача1. Записати рівняння прямої, симетричної прямій y = 2x – 3 відносно початку координат. Розв’язання. Використавши формулу симетрії з центром у початку координат, дістанемо рівняння прямої, симетричної

даній відносно початку координат: y = 2x + 3. Відповідь. y = 2x + 3. Задача 2. Дане коло має рівняння (x + 4)2 + (y – 1)2 = 9. Записати рівняння кола, симетричного відносно початку координат даному колу. Розв’язання. Центри кіл, симетричних відносно початку координат, також симетричні, а радіуси однакові. Центром даного кола є точка С (–4; 1), тому її образом у симетрії з центром у початку координат буде точка C' (4; –1). Рівняння цього кола має вигляд (x – 4)2 + (y + 1)2 = 9. Відповідь. (x – 4)2 + (y + 1)2 = 9. Задача 3. Визначити площу земельної ділянки, яка має форму трапеції ABCD, якщо її бічна сторона AB перпендикулярна до основи AD і має довжину 10 м, а середина другої бічної сторони CD — точка E — знаходиться від вершини A на відстані 18 м. Розв’язання. Нехай трапеція ABCD є зображенням даної земельної ділянки: AB = 10 м, AB AD, E — середина DC, тобто CE = ED, AE = 18 м (рис. 2.1). Рис. 2.1. Розв’язання З’єднаємо точку A з серединою сторони CD точкою E. Приймемо точку E за центр симетрії, тоді C=ZE(D). Побудуємо точку F=ZE(A), тоді за властивостями центральної симетрії CF ||AD і CF = AD. Оскільки трикутники AED і FEC симетричні відносно точки E, то ΔAED = ΔFEC. Отже, площа трапеції ABCD дорівнює площі прямокутного Δ ABF, у якого AB = 10 м і AF = 36 м. За теоремою Піфагора: Відповідь. 175 м2. 4. Діагоналі паралелограма ABCD лежать на прямих y = 0 та y = x. Середина однієї із сторін – точка M(3;1). Знайти координати вершин паралелограма. Розв’язання. У прямокутній системі координат пряма y = 0 – це вісь абсцис, а пряма y = x – бісектриса першого і третього координатних кутів. Вони перетинаються у початку координат. Отже, центром симетрії шуканого паралелограма є початок координат (рис. 2.2) Рис. 2.2. Розв’язання Дві протилежні вершини паралелограма лежать на осі абсцис, а дві інші – на прямій y = x. Нехай на осі абсцис лежить точка A(x;0), а на бісектрисі y = x – точка B(x1;y1), де x1=y1. Координати середини відрізка через координати кінців відрізка визначаються рівностями За умовою задачі маємо З останніх двох рівнянь одержимо x1=2, x=4. Отже, A(4;0), B(2;2). За властивостями симетрії з центром у початку координат C(-4;0), D(-2;-2). Відповідь. A(4;0), B(2;2), C(-4;0), D(-2;-2). Задача 5. Осями симетрії ромба є осі координат. Серединою однієї сторони ромба є точка (2;3). Знайти координати вершин ромба. Оскільки осі координат є осями симетрії ромба, а осі симетрії містять діагоналі ромба, то його вершини лежать на осях координат. Нехай ABCD – ромб, його вершини A,C лежать на осі абсцис, а вершини B, D на осі ординат (рис. 2.3). Рис. 2.3. Розв’язання Вершини ромба матимуть координати A(x;0), B(0;y), C(-x;0), D(0;-y). Розглянемо прямокутний трикутник ABO, точка M(2;3) є серединою гіпотенузи AB. За властивістю медіани прямокутного трикутника, яка виходить з вершини прямого кута, Відстань точки M від початку координат: Оскільки AM=OM, то Звідки x=4. Визначена точка A(4;0), відповідно C(-4;0). Оскільки BM=OM, то Звідки y=6. Визначена точка B(0;6), відповідно D(0;-6). Відповідь. A(4;0), B(0;6), C(-4;0), D(0;-6). Методом осьової симетрії також можна знайти координати вершин прямокутника, який задано в задачі наступного змісту. Діагоналі прямокутника лежать на прямих y = 3x та y = -3x . Одна із сторін проходить через точку (2;6) (див. рис. 2.4). Рис. 2.4. Знаходження координат вершин прямокутника Задача 6. На відрізку AE взято точки B, C, D так, що AB=DE=2, BC=CD=1. З точки M, яка не лежить на прямій AE, відрізки AB, BC, CD, ED видно під рівними кутами. Знайти кут AME. Розв’язання. Нехай на відрізку AE взято точки B,C,D такі, що AB=DE=2, BC=CD=1 (рис. 2.5). Проведемо через точку C пряму CN, перпендикулярну відрізку AE. Тоді точки B і D, A і E попарно симетричні відносно прямої CN=l. Тому точка M повинна лежати на прямій CN. Рис. 2.5. Знаходження кута AME За умовою задачі ∠AMB=∠MBC=∠DME Звідси випливає, що прямі MB і MD є бісектрисами кутів ∠AMC і ∠EMC прямокутних трикутників ΔAMC і ΔEMC. За властивістю бісектриси MB кута ∠AMC трикутника AMC Отже, катет MC вдвічі менший гіпотенузи AM, тому ∠MAB=300, ∠EMC = 600. Отже, ∠AME = ∠AMC + ∠EMC = 1200. Відповідь. 1200. 2.1.2. Метод повороту в задачах на обчислення Задача 1. Знайти координати точок, які є образами точок A(3;0), B(0;-2), C(-3;-4), D(-1;4) при повороті навколо початку координат на кут 900 (проти руху годинникової стрілки). Розв’язання. Знайдемо координати точок без використання аналітичного задання повороту. У прямокутній системі координат ∠XOY=900. Тому при повороті навколо початку координат на кут 900 вісь абсцис переходить у вісь ординат, і навпаки вісь ординат – у вісь абсцис протилежного напрямку до осі OX. При цьому абсциси точок переходять у ординати їх образів, а ординати – в абсциси з урахуванням знаків у відповідній четверті. Точка A(3;0) лежить на додатній пів осі абсцис, томі її образ A/ в даному повороті перейде на додатну піввісь ординат, і при цьому OA=OA/=3. Отже, A/(0;3) (рис. 2.6). Рис. 2.6. Знаходження координат точок , Тоді, використовуючи попередні міркування, B/(2;0), C/(4;-3), D/(-4;-1). Відповідь. A/(0;3), B/(2;0), C/(4;-3), D/(-4;-1). Задача 2. Знайти координати точки перетину прямої 3x+2y-5=0 і образа

прямої y=x-3 при повороті навколо початку координат на кут 900. Розв’язання. Враховуючи, що при даному повороті x/=-y, y/=x, образом прямої y=x-3 буде пряма y=-x+3. Координати точки перетину знайдемо, розв’язавши систему двох рівнянь з двома невідомими Відповідь. (-1;4). Задача 3. На гіпотенузі прямокутного трикутника зовні побудовано квадрат. Знайти відстань від вершини прямого кута трикутника до центра квадрата, якщо сума довжин катетів трикутника дорівнює a. Розв’язання. Нехай O – центр квадрата ABMN (див. рис. 2.7). Рис. 2.7. Квадрат ABMN Поворот навколо точки O на 900 відображає точку B на точку A, а точку A - на точку N. Якщо цим же поворотом точка C відображається на точку C1, то точки C, A, C1 лежать на одній прямій, бо CAB + BAN +ANC1 =1800. ΔABC = ΔANC1, і тому AC1=BC, CC1=CA+BC=a. ΔCOC1 – прямокутний рівнобедрений, звідси 2CO2=a2 і Відповідь. 2.1.3. Метод паралельного перенесення в задачах на обчислення Задача 1. По один бік від залізничної колії розміщені села A і B (рис. 2.8). Де потрібно побудувати залізничну платформу довжиною MN=a, щоб загальна довжина дороги AM і BN була найменшою? Розв’язання. Оскільки довжина платформи є величиною сталою, то її можна виключити із загальної довжини шляху AM+MN+BN. Для розв’язання задачі достатньо виконати паралельне перенесення Ta(довжина вектора a дорівнює a) точки A, тоді , Тепер задача полягає у знаходженні на залізничній колії l такого пункту N, щоб шлях A1N+NB був найменший. Такий пункт, як відомо, можна знайти, користуючись методом симетрії відносно прямої l: шукана точка Рис. 2.8. Метод паралельного перенесення в прикладній задачі Відклавши від точки N відрізок NM=a у напрямі A1A, дістанемо точку M. Цим самим знайдемо положення платформи MN. Задача 2. Яким паралельним перенесенням можна відобразити точку A(4;-3) на точку A/ (1;2)? Розв’язання. Використавши формули паралельного перенесення: отримаємо, x0=1-4=-3, y0=2+3=5. Шуканим є паралельне перенесення . Координатні формули матимуть вигляд: Задача 3. Сума довжин основ трапеції дорівнює 21см, а довжини діагоналей дорівнюють 13 см і 20 см. Обчислити площу трапеції. Розв’язання. Нехай у трапеції ABCD: AD+BC=21см, AC=13см, BD=20 см (див. рис. 2.9). Рис. 2.9. Трапеція ABCD Виконаємо паралельне перенесення діагоналі BD на вектор . Тоді точка B перейде в точку C, а точка D – у D1. Тоді CD1=BD=20, DD1=BC, тому AD1=21см. Отже, у ΔACD1 відомі усі сторони, його площу можна обчислити за формулою Герона. Площа трапеції ABCD дорівнює площі ΔACD1 (). Відповідь: 126 см2. Задача 4. У рівнобічній трапеції довжина більшої основи дорівнює 20 см, довжина бічної сторони дорівнює 8 см, а величина одного із кутів 600. Обчислити довжину меншої основи. Розв’язання. Використовуючи паралельне перенесення сторони AB на вектор (рис. 2.10), отримаємо рівносторонній ΔA1CD, де A1D=8 см. Рис. 2.10. Рівнобічна трапеція BC=AA1=AD-A1D=20-8=12 (см). Відповідь: 8 см Задача 5. Два кола радіусів R і 3R дотикаються зовні. Знайти площу фігури, обмеженої дугами цих кіл і їх спільною зовнішньою дотичною. Розв’язання. Покладемо R=1, тоді маємо коло K(0;3) і коло K1(0;1), до них проведена зовнішня дотична AB, де A і B – точки дотику (див. рис. 2.11). Рис. 2.11. Дотичні кола Площу фігури ABC, обмеженої дугами AC і BC кіл та дотичною AB, знайдемо як різницю площі трапеції ABO1O і площ секторів AOC, BO1C кіл. Щоб знайти висоту трапеції, виконаємо паралельне перенесення дотичної AB на вектор , дістанемо відрізок O1A1OA. ΔA1O1O – прямокутний, у ньому катет OA1=2, гіпотенуза OO1=4 (при R=1), тому Тоді площа трапеції ABO1O буде Оскільки в прямокутному трикутнику A1O1O катет A1O удвічі менший за гіпотенузу O1O, то A1OO1=600, а OO1A1=300. Тоді площа сектора AOC дорівнює , а площа сектора BO1C дорівнює (бо BO1C =1200). Площа шуканої фігури дорівнює Відповідь: 43-11π6 2.1.4. Метод подібності та гомотетії в задачах на обчислення Задача 1. Через середину E висоти BD рівнобедреного трикутника ABC (AB=BC) паралельно бічній стороні AB проведена пряма, яка перетинає сторони AC і BC трикутника ABC відповідно в точках M і K. Обчислити периметр трикутника MKC, якщо периметр трикутника ABC дорівнює 40 см. Розв’язання. На рисунку 2.12 зображено трикутник ABC, в якого AB=BC, BDAC, BE=ED, MK||AB, точка E належить MK. Оскільки ME||AB і BE=ED, то відрізок ME –середня лінія ΔABD, тому AM=MD. Звідси маємо, що ΔCMK є образом ΔABC в гомотетії з центром C і коефіцієнтом Рис. 2.12. Трикутник ABC За властивостями гомотетії периметр ΔMKC, дорівнює периметра ΔABC, тобто 30 см. Відповідь: 30 см. Задача 2. У гострий кут, рівний 600, вписано два кола, які зовні дотикаються одне до одного. Радіус меншого кола r. Знайти радіус більшого кола. Розв’язання. За умовою задачі BMD = 600, O1A= O1C= r (див. рис. 2.13). Рис. 2.13. Кола, вписані в кут Нехай O2B= O2D=R – шуканий радіус. Тоді, оскільки центри вписаних кіл O1 і O2 вписаних у даний кут кіл лежать на бісектрисі кута, то AMO1 = 300. Тоді у прямокутному ΔAO1M гіпотенуза MO1=2r, а гіпотенуза прямокутного ΔBMO2 MO2=2R. Трикутники MO1A і MO2B – гомотетичні з

центром гомотетії M, тому або Звідки: 3 r2 + Rr = 2 Rr, 3 r2 = Rr, R = 3r. Відповідь: 3r. Задача 3. Для обчислення висоти дерева (чи іншого предмета) на деякій відстані від нього становлять віху, вищу за зріст людини, що вимірює, відходять від неї по прямій з деревом до тих пір, поки вершина дерева, верхушка віхи і око спостерігача будуть на одній прямій. Знайти висоту дерева, якщо зріст людини 1,7 м, висота віхи – 2 м, а відстань від дерева до віхи 50 м, від віхи до людини – 1,5 м. Розв'язання. Розглянемо рисунок 2.14. Рис. 2.14. Обчислення висоти дерева AM=1,7 м, DE=2 м, BD=50 м, DM=1,5 м, DD1=1,7 м, D1E=0,3 м. З подібності трикутників AD1E і AB1C маємо Звідки AB1= AD1 + D1B1 = MD+DB = 1,5+50 = 51,1 (м), AD1 = MD = 1,5 (м), D1E = 0,3 (м). Тоді, Висота дерева BC = BB1 + B1C = AM + B1C = 1,7 + 10,3 =12 (м). Відповідь: 12 м. Задача 4. У прямокутний трикутник з катетами a і b вписано квадрат, який має з трикутником спільний прямий кут. Знайти периметр квадрата. Розв'язання. Нехай у трикутнику ABC C= 900, AC= b, BC=a, CMLN – вписаний квадрат (див. рис. 2.15). Рис. 2.15. Вписаний квадрат CMLN Оскільки то Або . Периметр квадрата PCNML=4NL= Відповідь: 4aba+b За допомогою методу гомотетії також можна розв'язати цікаву прикладну задачу наступного змісту. Задача 5. Шлагбаум має плечі довжиною 4 м і 1 м. На скільки піднявся кінець довгого плеча шлагбаума, якщо його короткий кінець опустився на 60 см? (Початковим вважати горизонтальне положення шлагбаума). Рис. 2.16. Шлагбаум Вказівка. З подібності трикутників OAA1 і OBB1 знайдемо висоту ΔOBB1: B1C1=4•0,6=2,4 (м). Відповідь: 2,4 м. 2.2. Застосування методу геометричних перетворень до розв'язування задач на доведення 2.2.1. Метод осьової та центральної симетрії в задачах на доведення Задача 1. Довести, що медіани трикутника перетинаються в одній точці і точкою перетину діляться у відношенні 2:1. Доведення. Нехай у трикутнику ABC медіани AA1 і BB1 перетинаються в точці O (див. рис. 2.17). Рис. 2.17. Трикутник ABC з проведеними медіанами Проведемо пряму CO і розглянемо центральну симетрія з центром A1. У ній образом трикутника BO1C, який разом із своїм прообразом утворюють паралелограм CO1BO. Аналогічно знайшовши образ трикутника COA у центральній симетрії з центром B1 дістанемо паралелограм AOCO2. Звідси маємо, CO1||OB і CO1||O2O, O2C||OA і O2C||OO1. Тому чотирикутник CO2OO1 – паралелограм і CO1= OO2. Врахувавши, що CO1=OB, дістанемо OO2= OB. Крім того, CO||AO2. Отже пряма CO перетинає сторону AB у такій точці C1, що OC1 є середньою лінією ΔABO2, тому AC1=C1B і відрізок CC1 є третьою медіаною ΔABC, яка теж проходить через точку O перетину двох перших. Враховуючи, що OB1=B1O2 і OB=OO2, маємо BO:OB1 = 2:1. Аналогічно доводиться, що й інші медіани точкою перетину діляться у відношенні 2:1, починаючи від вершини. Доведено. Задача 2. Два рівних кола дотикаються одне до одного у точці M. Довести, що на кожній прямій, яка проходить через точку M, ці кола відтинають рівні між собою хорди. Доведення. Два даних кола симетричні відносно точки їх дотику M (див. рис. 2.18) Рис. 2.18. Два рівних кола що дотикаються у точці M Це випливає з того, що ці кола рівні між собою і їх центри симетричні відносно точки M. Точки A і B, які лежать на одній прямій з центром симетрії M і належать симетричним колам, також симетричні відносно точки M. Отже, AM = BM. Ці міркування справедливі для кожної прямої, яка проходить через точку M і перетинає дані кола. Доведено. Задача 3. Дві прямі, які проходять через точку перетину діагоналей паралелограма, перетинають його сторони відповідно в точках M і L, N і K. Довести, що чотирикутник MLNK — паралелограм. Доведення. Оскільки точка O перетину діагоналей паралелограма є центром його симетрії, то точки M і L, N і K — взаємно симетричні відносно точки O, тобто чотирикутник MNLK має центр симетрії O і його діагоналі точкою O поділяються навпіл, тому чотирикутник MNLK — паралелограм (див. рис. 2.19). Рис. 2.19. Чотирикутник MLNK Задача 4. Довести, що медіана трикутника менша пів суми сторін, що виходять з нею з однієї вершини, і більша різниці між цією пів сумою і половиною сторони, до якої медіана проведена. Доведення. Нехай BM — медіана трикутника ABC (рис. 2.20). Рис. 2.20. Трикутник ABC з медіаною BM Побудуємо точку D, симетричну точці B відносно точки M. Чотирикутник ABCD —паралелограм. З ΔBCD випливає, що 2BM ��C+��D, звідси BM (��C+��D)/2 або BM (��C+AB)/2 . З трикутників AMB і BMC маємо ��M+��C/2 ��B і ��M+��C/2 ��C. Додавши почленно дві останні нерівності і поділивши на 2, дістанемо Що й потрібно було довести. Задача 5. Довести, що два трикутники рівні, якщо сторона, прилеглий до неї кут і різниця двох інших сторін одного трикутника дорівнюють відповідним елементам другого. Доведення. Нехай ABC і A1B1C1 – задані трикутники: AC=A1C1, A = A1, AB-BC =A1 B1 - B1C1 (див. рис. 2.21). Задамо осьові симетрії бісектрисами l1, l2 відповідно кутів B і B1. Побудуємо Тоді ΔACC/=ΔA1C1C1/ (AC=A1C1, AC/= A1C1/,), а це означає що існує переміщення p, яке відображає ΔACC/ у ΔA1C1C1/ : A1=p(A), C1 =p(C), C1/=p(C/). Рис. 2.21. Задані трикутники: а) Δ ABC; б) Δ A1B1C1 При такому

переміщенні D1=p(D), точки D і D1 – середини відповідно відрізків CC1 і C1C/1, l2=p(l1) і A1C/1=p(AC/). Оскільки точка B є перетином прямих AC/ і l1, а точка B1 є перетином образів прямих A1C/ і l2 цих прямих, то B1=p(B). 1 Отже, ΔA1B1C1= p (ΔABC), а це означає, що ΔABC=ΔA1B1C1. Доведено. Задача 6. Довільне коло перетинає одне з двох концентричних кіл у точках A і B, а друге – у точках C і D. Довести, що хорди AB і CD паралельні, AC=BD, AD=BC. Доведення. Нехай K (O, R), K1 (O1, R1), K2 (O1, R2) – дані кола, O і O1 – їх центри, A і B – точки перетину кіл K і K1, C і D – точки перетину кіл K і K2 (див. рис. 2.22). Рис. 2.22. Заданий перетин кіл Тоді пряма OO1 є віссю симетрії даних кіл. У цій симетрії Звідси AB□OO1, CD□OO1, отже AB || CD. Чотирикутник ABCD – рівнобедрена трапеція. Доведено. 2.2.2. Метод повороту в задачах на доведення Задача 1. Точка B лежить між точками A і C. У півплощині з межею AC побудовані рівносторонні трикутники ABM і BNC. Точки K і D – середини відрізків AN і MC. Довести, що ΔBKD рівносторонній. Доведення. На рисунку 2.23 маємо рівносторонні трикутники ABM і BNC, K – середина відрізка AN і D – середини відрізка MC. Рис. 2.23. Рівносторонні трикутники ABM і BNC Поворотом навколо точки B на кут 600 точки M і C відображаються відповідно на точки A і N, тому відрізок MC цим же поворотом відображається на відрізок AN. Оскільки поворот зберігає відношення відрізків, то Звідси маємо, BK=BD і □ KBD = 600. Тобто, Δ BKD – рівносторонній. Задача 2. Чотирикутник ABCD – ромб, у якого □ BDA = 600. На сторонах AB і BC ромба взято точки M і N такі, що AM=BN. Довести, що ΔMDN рівносторонній. Доведення. □ ADB = □ BDC = 600, AB=BC, тому поворотом навколо точки D на 600 точка C відобразиться на точку B, точка B – на точку A, відрізок CB – на відрізок BA (рис. 2.24). Рис. 2.24. Чотирикутник ABCD З AB=BC і AM=BN випливає, BM=CN; тому при повороті навколо точки D на 600 точка N перейде в точку M, а звідси DN=DM. Δ MDN – рівнобедрений і при вершині D має кут 600, тому □ DMN = □ DNM = 600 і ΔMDN – рівносторонній. Доведено. Задача 3. Зовні квадрата на його сторонах побудовані рівносторонні трикутники. Довести, що чотирикутник із вершинами в центрах побудованих трикутників, є квадратом. Доведення. Центри O1, O2, O3, O4 побудованих рівносторонніх трикутників лежать на осях симетрії даного квадрата ABCD, які проходять через середини протилежних сторін квадрата, бо ці центри лежать на медіанах (і висотах) побудованих трикутників (див. рис. 2.25) Рис. 2.25. Квадрат ABCD Отже, діагоналі одержаного чотирикутника взаємно перпендикулярні. Крім того, діагоналі чотирикутника рівні, у точці O діляться пополам. Тому поворотом навколо центра O квадрата ABCD на 900 чотирикутник відображається на себе. Отже, O1O2O3O4 – квадрат. Доведено. Задача 4. На гіпотенузі AB прямокутного трикутника ABC зовні його побудовано квадрат з центром O. Довести, що промінь CO є бісектрисою кута ACB. Доведення. Нехай ΔABC – прямокутний трикутник, □ C = 900 і на стороні AB побудовано квадрат ABMN з центром O. Рис. 2.26. Прямокутний трикутник ABC Поворотом навколо точки O на 900 точка A відображається на точку B (OA=OB, □ AOB = 900), точка C – на точку C1, відрізок AC – на відрізок BC1. Точка B належатиме відрізку CC1. Оскільки OC=OC1 і □ COC1 = 900, то ΔCOC1 – прямокутний рівнобедрений. Отже, □ OCB = 450 і CO – бісектриса кута ACB. 2.2.3. Метод паралельного перенесення в задачах на доведення Задача 1. Якщо дві медіани трикутника рівні між собою, то трикутник рівнобедрений. Довести. Рис. 2.27. Трикутник ABC з медіанами AA1=CC1 Доведення. Нехай у ΔABC медіани AA1=CC1. Потрібно довести, що □ BAC = □ BCA. Побудуємо відрізок DC1 – образ відрізка AA1 у паралельному перенесенні на вектор За властивостями паралельного перенесення AA1||DC1, тому □ A1AC = □ C1DA. (1) Крім того, ΔDC1C – рівнобедрений (DC1=C1C), тому □ C1DA = □ C1CD.(2) З рівностей (1) і (2) маємо □ A1AC = □ C1CA. Тоді ΔCAC1= ΔACA1 (CC1=AA1, AC – спільна, □ A1AC = □ C1CA). Із рівностей цих трикутників випливає рівність кутів C1AC і A1CA, тобто □ BAC = □ BCA. Трикутник ABC рівнобедрений. Доведено. Задача 2. Довести, що різниця основ трапеції завжди менша суми, але більша різниці бічних її сторін. Доведення. Дана трапеція ABCD, BC || AD, AD BC (див. рис. 2.28). Рис. 2.28. Трапеція ABCD Виконаємо паралельне перенесення бічної сторони CD на вектор : точка C перейде в точку B, точка D – в точку D1. Одержали ΔABD1, двома сторонами якого є бічні сторонами трапеції, а третьою – різниця основ AD – BC = AD1. За властивістю сторін трикутника AD1 AB + BD1, тобто AD1 AB + DC. Звідси також випливає, що AD1 AB – DC. Доведено. 2.2.4. Метод подібності та гомотетії в задачах на доведення Задача 1. Довести, що висоти будь-якого трикутника перетинаються в одній точці. Доведення. Нехай ABC – даний трикутник, AA1, BB1, CC1 – його медіани, M – точка їх перетину, AA2, BB2, CC2 – висоти (див. рис. 2.29). Рис. 2.29. Трикутник ABC Розглянемо гомотетію з центром у точці M і коефіцієнтом k = -0,5. У цій гомотетії пряма, що містить висоту AA2, відобразиться в пряму a, що проходить через точку A1 паралельну висоті AA2, тобто пряма a перпендикулярна до сторони BC в її середині. Аналогічними міркуваннями

можна показати, що прямі, які містять висоти BB2 і CC2 переходять у цій гомотетії відповідно у прямі b,c, перпендикулярні до відрізків AC і AB у їх серединах. Оскільки прямі a, b і c, перетинаються в одній точці O, то прообрази цих прямих, тобто висоти AA2, BB2, CC2 перетинаються в одній точці H. Доведено. Задача 2. Довести, що пряма, яка з'єднує точку O перетину діагоналей трапеції ABCD з точкою перетину її бічних сторін, проходить через середини основ трапеції. Доведення. Маємо трапецію ABCD, S – точка перетину бічних сторін, O – точка перетину її діагоналей. Потрібно довести, що пряма SO перетинає основи трапеції в точках M і N, таких, що AM=MD, BN=NC. Задамо гомотетію центром S і парою відповідних точок A і B (див. рис. 30). Рис. 2.30. Трапеція ABCD Тоді точка D перейде в точку C і відрізок AD – у відрізок BC, а тому і середини основ M і N також гомотетичні. Отже, точки M і N лежать на одній прямій з точкою S. Друга гомотетія, що задається центром O і парою відповідних точок A і C, відображає точку D на B, відрізок AD на відрізок CB, відрізок AC – на відрізок DB, тому точки M, N і O лежать на одній прямій. Оскільки й точка S лежить на прямій MN, то пряма, що з'єднує точку O перетину діагоналей трапеції з точкою S перетину її бічних сторін, проходить через середини M, N основ трапеції. Доведено. 2.3. Геометричні перетворення в задачах на побудову 2.3.1. Застосування методу осьової та центральної симетрії Задача 1. Через дану точку M, що лежить усередині даного кута, провести пряму так, щоб її відрізок, обмежений сторонами кута, ділився в точці M навпіл. Розв'язання. Дана точка M лежить усередині даного кута AOB. Візьмемо на стороні OA кута довільну точку C і побудуємо симетричну їй відносно точки M точку C1 (див. рис. 2.31). Пряма, що проходить через точку C1 паралельно стороні OA даного кута, перетне сторону OB у точці N – одному кінці шуканого відрізка. MN – шукана, вона перетинає сторону OA в точці L, такій, що MN=ML. Правильність побудови випливає з того, що центрально-симетричні прямі паралельні. Рис. 2.31. Даний кут AOB Задача 2. Побудувати трикутник за трьома його медіанами ma, mb, mc. Розв'язання. Аналіз. Нехай ABC – шуканий трикутник з медіанами AA1 = ma, BB1 = mb, CC1 = mc , де ma, mb, mc – задані відрізки, M – точка перетину медіан (див. рис. 2.32). Рис. 2.32. Побудова трикутника за трьома його медіанами Побудуємо точку M/, симетрично точки B1, і розглянемо чотирикутник AMCM/. У нього MB1 = B1M/ і AB1= B1C, а тому він паралелограм. Врахувавши, що медіани трикутника точкою їх перетину діляться у відношенні 2 : 1, починаючи від вершини, маємо MM/ = mb, MC = AM/ = mc, CM/ = AM = ma. Це означає, що побудова шуканого трикутника зводиться до побудови допоміжної фігури – одного з трикутників CMM/ або AMM/. Побудова. Будуємо: Трикутник CMM/ за трьома відомими сторонами ma, mb, mc; маємо вершину C шуканого трикутника. Точку B1 – середину сторони MM/. Точку Точку ABC – шуканий трикутник. Доведення. Правильність побудови випливає з проведеного аналізу: AA1 = ma, BB1 = mb, CC1 = mc. Дослідження. Задача має єдиний розв'язок, якщо дані відрізки ma, mb, mc задовольняють таку подвійну нерівність |mb - mc | ma mb + mc Задача 3. Дана пряма m, не належна їй точка M і коло K в одній півплощині з межею m. Знайти на даній прямій таку точку A, щоб сума відстані MA і довжини відрізка дотичної з точки A до кола, була найменшою. Розв'язання. Аналіз. Нехай шуканою є точка A на прямій m: MA + AC = min (див. рис. 2.33) Рис. 2.33. Сума двох відрізків ламаної найменша, коли ці відрізки є продовженням один одного на одній прямій. Побудуємо коло K/ (O/, R), симетричне колу K (O; R) відносно прямої m. Точка дотику C у симетрії відносно прямої m перейде в точку C/ кола K/ (O/, R), при цьому AC = AC/. Тоді AM + AC = AM +AC/ – min. Отже, точка A є точкою перетину прямої m з дотичною MC/, проведеною з точки M до кола K/ (O/,R). Побудова. Будуємо: Коло K/ (O/, R), симетричне колу K (O; R) відносно прямої m. Дотичну з точки M до кола K/, C/ – точка дотику; точка A перетину дотичної MC/ з прямою m – шукана. Доведення. Правильність побудови обгрунтована в аналізі. Дослідження. Оскільки з точки M, яка не належить колу K (O; R), а отже, і колу K/ (O/, R), можна провести дві дотичні, то на прямій m існує дві точки A і A1, які задовольняють умові задачі Задача 4. Дано кут AOB і точки M і K усередині даного кута. Потрібно сполучити ці точки ламаною лінією найменшої довжини так, щоб дві її вершини лежали на сторонах кута AOB. Розв'язання. Побудуємо точку K1, симетричну точці K відносно прямої OA, і точку M1, симетричну точці M відносно прямої OB. Точки N і L перетину прямої K1M1 зі сторонами кута – шукані (див. рис. 2.34). Рис. 2.34. Кут AOB і точки M і K усередині даного кута Справді, сума KL + LN + NM = K1L + LN + NM1 – найменша, оскільки останні три відрізки утворюють прямолінійний відрізок. 2.3.2. Застосування методу повороту Задача 1.

Обнаружен Плагиат: **0,07%** https://knowledge.allbest.ru/pedagog... + 3 ресурсов! id: **108**

Побудуйте рівнобедрений прямокутний трикутник, вершини якого лежать на трьох даних паралельних прямих

(по одній на кожній). Розв’язання. Аналіз. Припустимо, що ΔABC задовольняє умову задачі (див. рис. 2.35). Рис. 2.35. Побудова трикутника Приймемо точку A за центр повороту на кут 90° (проти напряму руху стрілки годинника). Виконаємо поворот навколо точки A. Тоді образом точки C буде точка B. Знайдемо образ прямої c при тому самому повороті. Ним буде пряма c1. Оскільки точка C лежить на прямій c, то точка B лежить на прямій c1. Крім того, точка B лежить на прямій b (за умовою), тому вона є точкою перетину прямих b та c1. Побудувавши точку B, будують точку C при тому самому повороті (але в напрямі за годинниковою стрілкою). Побудова. Взявши довільну точку A на прямій a за центр повороту, здійснимо поворот прямої c на кут 90° (проти напряму руху стрілки годинника). Для цього досить побудувати відрізок, що є відстанню точки A до прямої c і виконати зазначений поворот. Отримаємо точку B. Здійснивши поворот відрізка AB на кут 90° (в напрямі руху стрілки годинника), матимемо точку C – третю вершину трикутника. Доведення. За побудовою BAC = 90°, бо c1 b і точки A, B, C належать відповідно прямим a, b, c. Дослідження. Розв’язок задачі існує завжди, оскільки положення точки B при повороті точки C на 90° навколо точки A визначається однозначно. З точністю до рівності фігур на площині та розташування трикутника задача має один розв’язок. Задача 2. Побудувати рівносторонній трикутник такий, що його одна вершина знаходиться в даній точці C, а дві інші – по одній на даному колі і на даній прямій. Розв’язання. Аналіз. Нехай рівносторонній трикутник ABC побудовано так, що однією вершиною є дана точка C, вершина A лежить на даній прямій a, а вершина B – даному колу K (O ; R) (див. рис. 2.36). Оскільки AC = BC і ACB = 600, то поворот навколо точки C на кут 600 відображає точку A на точку B, пряму a – на пряму a/, причому точка B належить прямій a/.Але точка B належить і колу K (O ; R). Тому точку B знайдемо як точку перетину кола K (O ; R) із прямою Тоді точка A є образом точки B при повороті навколо точки C на кут -600. Рис. 2.36. Побудова рівностороннього трикутника Побудова. Дані точка C, пряма a і коло K (O ; R) (рис. 2.36). Будуємо: Пряму Точка B – це точка перетину прямої a/ із колом K (O ; R). Точку Трикутник ABC – шуканий. Доведення. CA = CB, ACB = 600 за побудовою. Отже, ΔABC – рівносторонній. Дослідження. Кількість розв’язків задачі визначається кількістю точок перетину даного кола K (O ; R) із прямою Таким чином, їх може бути два (як на рис. ΔABC і Δ A1B1C1), один або жодного. Задача 3. Земельна ділянка форми квадрата була огороджена. Із забору залишилося два стовпці на паралельних сторонах квадрата і стовп у центрі квадрата. Відновити межі ділянки. Розв’язання. Аналіз. Припустимо, що межі ділянки (квадрат ABCD) відновлені, точка (стовпець) M лежить на стороні AB, точка N (стовпець) – на стороні CD (див. рис. 2.37). Нехай точки M і N не лежать на одній прямій з центром O квадрата. Побудуємо точки M1 і N1, симетричні точкам M і N відносно точки O: Далі виконуємо поворот точок M і N, M1 і N1, навколо точки O на 900. Точки M, N, M1, N1, M/, N/ визначають прямі, на яких лежать сторони квадрата. Побудова. Дано точки M, N і O, які не лежать на одній прямій (див. рис. 2.37). Порядок побудови визначений в аналізі: 1.Будуємо 2.Точки Прямі MN1, NM1, M/N/1 , N/M/1. Точки: точку A перетину прямих MN1 і M/N/ , точку B перетину MN1 і N/M/1, точку C перетину прямих N/M/1 і NM1 , точку D перетину прямих NM1 і M/N/1. 1 Чотирикутник ABCD – шуканий квадрат. Рис. 2.37. Відновлення межі ділянки Доведення. Правильність побудови випливає з аналізу та властивостей центральної симетрії та повороту навколо точки. Дослідження. Якщо точки M і N не симетричні відносно точки O, то задача має єдиний розв’язок. Якщо ж точки M, N, O лежать на одній прямій, то задача має безліч розв’язків. 2.3.2. Застосування методу паралельного перенесення Задача 1. Населенні пункти A і B розділені двома каналами, кожний з яких має паралельні береги. Потрібно визначити місце для мостів через ці канали такі, щоб пункти A і B були сполучені найкоротшим шляхом. Розв’язання. Аналіз. Положення пунктів A і B та каналів a, b, a1, b1 з берегами зображені на рисунку 2.38. Рис. 2.38. Населенні пункти A і B розділені двома каналами Визначити місця мостів можна наступними способами. 1-й спосіб. Побудуємо точку B/ – образ точки B у паралельному перенесенні на відстань, яка дорівнює ширині каналу (a1, b1) у напрямі від берега b1 до берега a1 (на вектор). Потім побудувати точку B// – образ точки B/ у паралельному перенесенні на відстань, яка дорівнює ширині каналу (a, b) у напрямі від берега b до берега a (на вектор). Пряма B//A перетне пряму a в шуканій точці C. CD b – положення моста на каналі (a, b). Відрізок DB/ перетне перетне берег a1 в точці E, такій, що EF b1 – положення моста на каналі (a1, b1). Ламана ACDEFB – шуканий найкоротший шлях між

пунктами A і B. Справді, цей шлях складається із відрізків сталої довжини CD і EF та суми відрізків AC + DE + FB = AC + CB// . Оскільки останні два відрізки утворюють прямолінійний відрізок AB//, то їх сума найменша 2-й спосіб. Побудуємо точку A/ – образ точки A в паралельному перенесенні на відстань між берегами a, b в напрямі між берегами від a до b a (вектор) і точку B/ – образ точки A в паралельному перенесенні на відстань між берегами a1, b1 в напрямі між берегами від b1 до a1 (на вектор). Відрізок A/B/ перетне береги b і a1 відповідно в точках D і E таких, що DC□a, EF□b1 – шукані місця мостів (див. рис. 2.39) Рис. 2.39. Ламана ACDEFB Ламана ACDEFB – шуканий найкоротший шлях між пунктами A і B. Правильність побудови випливає з того, що відрізки CD і EF у складі ламаної – мають сталу величину. За побудовою AC = A/D, FB = EB/, тому сума AC + DE + FB = A/D + DE + EB/ = A/B/, ланки якої утворюють прямолінійний відрізок, має найкоротшу довжину. Задача 2. Побудувати трикутник за даними його двома медіанами і кутом між ними. Розв’язання. Аналіз. Нехай побудований трикутник ABC, в якого медіани AA1 = ma, BB1 = mb, □ AOB = α (див. рис. 2.40). Виконаємо паралельне перенесення медіани BB1 на вектор , дістанемо відрізок DA1 Утворився трикутник AA1D, який можна побудувати за двома сторонами AA1 і DA1 та кутом α між ними, а від нього легко перейти до шуканого трикутника, враховуючи властивості точки перетину медіан трикутника. Рис. 2.40. Побудова трикутника за його двома медіанами і кутом між ними Побудова 1.Будуємо трикутник AA1D за сторонами AA1 = ma, DA1 = mb і □ AA1D=α. Ділимо відрізок ma на три рівні частини і відкладаємо на AA1 відрізок AO = ma. Через точку O проводимо пряму, паралельну прямій DA1, вона перетинає сторону AD в точці B. На прямій BO відкладаємо відрізок OB1 = mb. Прямі AB1 і BA1 у перетині дають точку C. ΔABC – шуканий. Доведення. Оскільки OB || A1D, то □ AOB = □ AA1D = α. AA1 = ma, BB1 = mb – за побудовою. Отже, ΔABC задовольняє умові задачі. Дослідження. Розв’язання задачі звелося до побудови трикутника за двома сторонами і кутом між ними, а така побудова завжди можлива і однозначна. Задача 3. Побудувати трапецію за даними її основами та діагоналями. Розв’язання. Аналіз. Нехай ABCD – шукана трапеція, в ній AD = a, BC = b, AC = d1, BD = d2 – дані відрізки (див. рис. 2.41). Рис. 2. 41. Побудова трапеції за основами та діагоналями Задамо паралельне перенесення вектором і побудуємо образ діагоналі BD в цьому перенесені – дістанемо відрізок CD1 = BD = d2. Одержали трикутник ACD1, у якого відомі усі сторони: AD1 = a + b, AC = d1, CD1 = d2. Отже, трикутник ACD1 можна побудувати, при цьому матимемо дві вершини A і C шуканої трапеції. Дві інші вершини B і D дістанемо, виконавши паралельне перенесення сторони CD1 на вектор , довжина якого b і напрям, паралельний прямій AD від D1 до A відомі. Побудова. Побудуємо трикутник ACD1 за трьома відомими сторонами. Через точку C проведемо пряму, паралельну AD1, і на ній відкладемо відрізок CB = b у напрямі від D1 до A. Через точку B проводимо пряму, паралельну CD1, вона перетне сторону AD1 в точці D – четвертій вершині шуканої трапеції. ABCD –шукана трапеція. Доведення. BD = CD1 = d2 – за властивістю паралельного перенесення. BC=b, AC = d1, AD = AD1 - DD1 = AD1 – b = a, BC || AD – за побудовою. Отже, ABCD –шукана трапеція. Дослідження. Оскільки розв’язання задачі звелося до побудови трикутника ACD1 за відрізками трьома відомими сторонами a + b, d1, d2, то задача має єдиний розв’язок, якщо | d1 - d2 | a + b або d1 + d2 a + b. Задача розв’язку не має, якщо d1 + d2 ≤ a + b або | d1 - d2 | ≥ a + b. 2.3.4. Застосування методу подібності та гомотетії Задача 1. Побудувати трикутник за трьома його висотами ha , hb , hc. Розв’язання. Аналіз. Нехай трикутник ABC побудовано такий, що його висоти AH1 = ha , BH2 = hb , CH3 = hc, де ha , hb , hc – дані відрізки (див. рис. 2.42 а). Запишемо залежність між сторонами, висотою і площею трикутника ABC: S = aha, S = bhb, S = chc. Звідси aha = bhb = chc. Розділимо останню рівність на ha hb, дістанемо Позначимо , тоді , ha, hb, hc – дані відрізки, тому відрізок m можна побудувати як четвертий пропорційний відрізків ha , hb , hc. Рівність свідчить про те, що шуканий ΔABC подібний ΔA1B1C1, у якого відомі сторони ha , hb, m. Отже, ΔA1B1C1 можна побудувати, а потім методом подібності побудувати і ΔABC. Побудова. Будуємо: Відрізок a)b)в) Рис. 2.42. Побудова трикутника за трьома його висотами A1B1C1 за сторонами A1C1 = ha , B1C1= hb , A1B1 = m. Висоту A1D1 = ha1 трикутника A1B1C1 (рис. 2.42. в). Трикутник A1BC гомотетичний трикутнику A1B1C1 у гомотетії з центром A1 і коефіцієнтом k = ha1 : ha. Для цього на прямій A1D1, що містить висоту ha1 від точки A1 відкладемо висоту ha і через її кінець – точку D – проведемо пряму, паралельну прямій B1C1, яка перетне прямі A1B1 і A1C1 у шуканих вершинах B і C (рис. 2.42 в). Трикутник A1BC – шуканий. Доведення. Правильність побудови обгрунтовано в аналізі. Крім того, використано твердження, що в подібних трикутниках висоти пропорційні відповідним сторонам, тобто ha : ha1 = a : a1 . Дослідження. Задача має єдиний розв’язок, якщо

відрізки ha , ha , m задовольняють нерівність сторін трикутника. Задача 2. Побудувати прямокутний трикутник, у якого один катет у два рази більший другого, а гіпотенуза дорівнює даному відрізку m. Розв’язання. Аналіз. Нехай прямокутний трикутник ABC побудовано (C= 900) побудовано такий, що AC = 2 BC і гіпотенуза AB = m, де m – даний відрізок (див. рис. 2.43). Візьмемо на катеті AC довільну точку A1 і проведемо через неї пряму, паралельну гіпотенузі AB до перетину з катетом CB в точці B1. Отримаємо трикутник A1CB1, подібний трикутнику ABC, у нього один катет A1C = 2CB1. Прямокутний трикутник A1CB1, у якого один катет у два рази більший за другого, легко побудувати, їх нескінченна множина. Побудувавши один із них – ΔA1CB1, перейдемо до шуканого трикутника ACB за допомогою гомотетії з центром у точці C і коефіцієнтом k = AB : A1B1. Побудова. Будуємо: Прямокутний ΔA1CB1, у якого C = 900, A1C = 2CB1.Позначимо A1B1 = m1. Трикутник ABC гомотетичний трикутнику A1CB1 у гомотетії з центром у точці C і коефіцієнтом k = m : m1. Для цього досить побудувати відрізок CA як четвертий пропорційний до відрізків A1C, m1 = A1B1 і m. Пряма, проведена через точку A паралельно прямій A1B1, перетне промінь CB1 у третій вершині B шуканого ΔABC. Рис. 2.43. Побудова прямокутного трикутника Доведення. Правильність побудови обгрунтована в аналізі. Дослідження. Задача завжди має єдиний розв’язок, оскільки її розв’язання зводиться до побудови трикутника, гомотетичного побудованому в гомотетії, що однозначно визначається. Задача 3. Побудувати трикутник за даними його двома кутами і периметром. Розв’язання. Аналіз. Нехай дано кути α і β при основі AB і периметр 2p ΔABC. Відкинувши умову, що дано периметр, за двома кутами α і β можна побудувати безліч трикутників, подібних шуканому трикутнику. Нехай один із них – ΔAB1C1 (рис. 2.44). У подібних трикутниках відношення периметрів дорівнює коефіцієнту подібності. Використаємо гомотетію з центром у точці A і коефіцієнтом k = 2p1 : 2p, де p1—півпериметр ΔABC. Рис. 2.44. Побудова трикутника за двома кутами і периметром. Побудова. Будуємо: Трикутник Δ AB1C1 за даними кутами α = B і β = B. Довільний промінь з центром в точці A і на ньому відкладаємо відрізки AD = 2p, AD1 = 2p. Пряму B1D1 і через точку D проводимо пряму, паралельну прямій B1D1, яка перетне пряму AB1 в точці B. Через точку B пряму, паралельну прямій B1C1, яка перетне пряму AC1 в точці C. Трикутник ABC – шуканий. Доведення. Оскільки BD || B1D1 і BC || B1C1, то і CAB = C1AB1 = α, CBA = C1B1A = β і AB + AC +BC = AD = 2p. Дослідження. Задача завжди має єдиний розв’язок, оскільки в даній гомотетії існує єдиний трикутник, гомотетичний побудованому Δ AB1C1. Висновки до розділу Кожне геометричне перетворення має свої властивості, а тому застосування кожного геометричного перетворення має свої особливості. У другому розділі на прикладах розв’язування задач детально розкрито суть кожного із методів геометричних перетворень: методу центральної та осьової симетрії, методу повороту, методу паралельного перенесення та методу гомотетії на практиці їх застосування та реалізації до розв’язування планіметричних задач. Розглянуті задачі, і типові їм, доцільно детально вивчати на факультативах та гуртковій роботі, адже вони сприяють розвитку логічного мислення, уяви та пам’яті, дають цікавий матеріал для дослідницької роботи. .. ВИСНОВКИ Питання теорії та практики методу геометричних перетворень, а також методики розв’язування планіметричних задач за допомогою цього методу є актуальними напрямками математичних досліджень. Це обумовлено розширенням спектра завдань, які ставить сучасна освіта та суспільство. Володіння математичними знаннями, навичками математичної діяльності та здатністю застосовувати ці знання для вирішення різноманітних практичних та навчальних задач є важливою складовою самореалізації особистості в сучасному світі. Використання методу геометричних перетворень для розв'язання планіметричних задач є ефективним способом розвитку творчих здібностей учнів. У процесі написання дипломної роботи було досліджено особливості цього методу та розроблено методику його застосування для вирішення планіметричних задач. У першому розділі роботи розглядаються загальні аспекти методики розв'язування планіметричних задач, визначається поняття геометричних перетворень площини, а також аналізується їх роль та значення у шкільному курсі планіметрії. Окрім того, було досліджено основні принципи методу геометричних перетворень. Основна ідея методу геометричних перетворень полягає в тому, що для розв’язання задачі потрібно використовувати перетворення геометричних фігур. За допомогою перетворення створюються нові фігури, властивості яких дозволяють значно спростити вирішення задачі. Після того як задача вирішена для перетвореної фігури, результат переноситься назад на початкову фігуру за допомогою оберненого перетворення. Однак кожен тип геометричного перетворення має свої специфічні особливості. У другому розділі дипломної роботи детально описано

застосування методів центральної та осьової симетрії, повороту, паралельного перенесення та гомотетії. Розглянуто їх використання на практиці для розв’язування планіметричних задач на обчислення, доведення та побудову. Навчання учнів застосуванню методу геометричних перетворень при розв’язуванні планіметричних задач є складним процесом, оскільки відсутні чітко визначені алгоритми для кожного конкретного випадку. Кожне розв'язання вимагає творчого підходу. Метод геометричних перетворень буде ефективним тільки тоді, коли учні зможуть: правильно будувати геометричні фігури під час виконання певних перетворень; визначати тип перетворення за допомогою елементів фігур; встановлювати положення відповідних точок в результаті виконання перетворень. Застосування цього методу сприяє глибшому розумінню геометрії та допомагає учням краще засвоювати матеріал. СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

Заявление об ограничении ответственности:

Этот отчет должен быть правильно истолкован и проанализирован квалифицированным специалистом, который несет ответственность за оценку!

Любая информация, представленная в этом отчете, не является окончательной и подлежит ручному просмотру и анализу.
Пожалуйста, следуйте инструкциям: Рекомендации по оценке

Детектор Плагиата - Ваше право на оригинальность! □ SkyLine LLC